Årg. 31: 3 Sept. 1948

ELEMENTA

Tidskrift för elementär matematik, fysik och kemi

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

TREDJE HÄFTET

Sid.

C. Lönnqvist, Världsrymdsraketproblemet II 145
Å. Lennerstrand, Om kolhydraternas enzymatiska nedbrytning 155
G. Starck, Dissociationen av dikväve-tetraoxid, N_2O_4 165
— —, Försök med Victor Meyers apparat 169
E. Ingelstam, Aktuellt från internationella fysikerunionen 172
X. Studentuppgift, specialfall av allmän kägelsnittssats 154
Red. Från fortbildningskursen i kemi, aug. 1948 207
Bokanmälningar: Nowlan, College Algebra; Page, Algebra; Hodge-Pedoe, Methods of Algebraic Geometry; Sjöstedt, Geometri och geometriundervisning; Griffiths, Introduction to the Theory of Equations; Weatherburn, A First Course in Mathematical Statistics; Northrop, Riddles in Mathematics; Lindstad, Veiledning i mekanikk; Wood, Technical Aerodynamics; Liepmann-Pucket, Introduction to Aerodynamics of a Compressible Fluid; The Electronics Training Staff of the Cruft Laboratory, Electronic Circuits and Tubes; King-Mimno-Wing, Transmission Lines, Antennas and Wave Guides; Sas-Pidduck, The Metre-Kilogram-Second System of Electrical Units; Ley, Rockets and Space Travel; Zim, Rockets and Jets; Rosser-Newton-Gross, Mathematical Theory of Rocket Flight; Bell, Christian Huygens and the Development of Science in the Seventeenth Century; Frisch, Meet the Atoms; Pedersen, Vejledninger til fysiske og kemiske Øvelser; Goeverts, La Méthode des Isotopes en Chimie; Bonniers Konversationslexikon bd XIII; Demonstrationer och laborationer i kemi och fysik (Föreningen f. mat.-natur. underv.:s skriftserie nr 5) 178
Recensenter i detta häfte 193
Gradualavhandlingar (autoreferat): G. O. Thorin, Convexity Theorems Generalizing those of M. Riesz and Hadamard; E. Ferner, Die Spektren von hochionisiertem Aluminium, Silicium und Schwefel; P.-O. Löwdin, A Theoretical Investigation into some Properties of Ionic Crystals; A. Lagerqvist, Investigations of the Band-Spectrum of Beryllium Oxide 193
Problemavdelning:
Matematiska uppgifter (red. av S. Bågman) 198
Matematiska och fysikaliska uppgifter i fyllnadsprövning efter studentexamen aug.—sept. 1948 201
Tidskrifter, innehållsöversikt 207

Pris pr år kr. 10: — pr häfte kr. 3: —

ELEMENTA

Redaktionskommitté: professor G. Borelius, adjunkt S. Bågman, förste aktuarien S. Comét, lektor G. Starck, professor J. Tandberg och lektor A. Wahlgren. Redaktör och utgivare: C. E. Blom.

Årligen fyra häften (mars, juni, sept., dec.). Pris pr år 10 kr., pr häfte 3 kr. Subskription sker enklast genom inbetalning av 10 kr. å postgiro nr 527 55, då tidskr. erhålles pr utgivarekorsband. Abonnemang även genom bokhandeln.

Angående äldre årg., pärmar och särtryck se marshäftet.

Problemhäften: 1936 à 60 öre; *1943, 1944, 1945, 1946, 1947* à 80 öre; med svar och anvisningar. Innehålla matem. o. fysikaliska uppg. i studentex. o. fyllnadsprövningar. Provräkn. i realex. Uppg. i fysik o. i maskin- o. byggnadslära vid praktisk realex.

Problemhäftet för 1948 utkommer i början av december innevarande år.

Redaktion och expedition: C. E. Blom, Karlbergsvägen 16 IV, Stockholm Va. Postgiro 527 55.

Nytt i Kärnfysik

***Bjerge, T.,* Elektron- og Atomfysik.** 199 s. København, 1948. Kr. 18,90

***Bloembergen, N.,* Nuclear magnetic relaxation.** 131 s. Haag, 1948. Kr. 8,70

***Goodman, C.,* The Science and Engineering of Nuclear Power.**
Vol. I. 501 s. Cambridge, Mass. 1947. Kr. 33,75
Vol. II väntas under höstens lopp.

***Guében, G,* Phénomènes radioactifs et introduction à la physique nucléaire.** 261 s. Liège. 1947. Kr. 21,40

***Hoag, J. B. & Korff, S. A.,* Electron and nuclear Physics.** 3rd ed. 522 sid. New York, 1948, Kr. 20,00

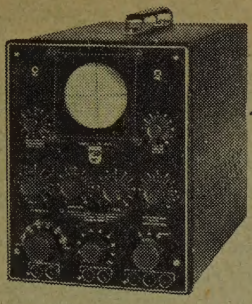
***Hylleraas, E. A.,* Atomene.** Forskningens vei mot ukjent land. 259 s. Oslo, 1948. Kr. 11,50

***Lapp, R. E. & Andrews, H. L.,* Nuclear Radiation Physics.** »Comprehensive treatment down to latest discoveries». New York, 1948. c:a kr. 24,00

AB HENRIK LINDSTÅHLS BOKHANDEL
Odengatan 22 — STOCKHOLM — Tel. Växel 23 44 25

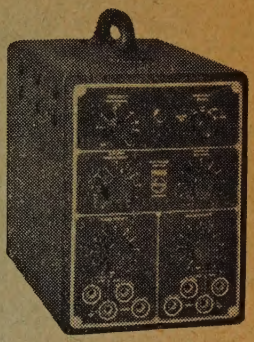
GÖR FYSIKUNDERVISNINGEN INTRESSANTARE MED MODERNA PHILIPS INSTRUMENT

Philips instrument underlätta i hög grad lärarens arbete och gör fysikundervisningen intressantare och lättfattligare för eleverna. Philips tillverkar ett tiotal olika undervisningsinstrument av vilka några visas här nedan. Ring eller skriv till Philips — vi stå gärna till tjänst med närmare upplysningar och demonstrationer.



Katodstråleoscillograf GM 3152

Med denna kan man enkelt och bekvämt åskådliggöra och registrera alla slags elektriska samt ett stort antal mekaniska, optiska, akustiska och termiska förlopp.

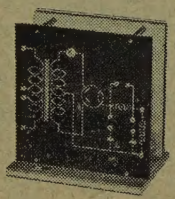


Elektronkopplare GM 4580

Elektronkopplaren i kombination med katodstråleoscillografen möjliggör registrering och studium av två förlopp samtidigt. Vid åskådliggörande av t.ex. fasförskjutning erhållas båda kurvorna på en gemensam eller två skilda nolllinjer.

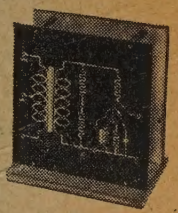
Fasförskjutare DU 115

visar, använd tillsammans med elektronkopplaren, hur fasförskjutningen ändras då spole eller kondensator kopplas in i kretsen.



Rörlikriktare DU 125

visar elektronröret, som hel- resp. halvvågslikriktare. Med motstånd och kondensatorer visas, hur den pulserande likspänningen glättas.



SVENSKA AB PHILIPS MÄTINSTRUMENTAVDELNINGEN • STOCKHOLM 6

DEN VÄLKÄNDA SPECIALFIRMAN FÖR TILLVERKNING AV UNDERVISNINGSAPPARATER

kan nu åter leverera åskådningsmaterial för fysikundervisningen och har ett helt nytt program med byggsatser för mekanik, elektricitetslära och optik.

Till ledning för undervisningen utger Phywe en samlingspärm »Die Physik in Versuchen» omfattande 165 olika försök med lösa insättningsblad för varje särskilt försök.

En komplett samlingspärm med hittills utkomna blad kan erhållas till ett pris av kronor 30:—.

Närmare upplysningar lämnas av

GENERALAGENTEN

ELEKTRONIKBOLAGET AB

Kungsgatan 34, Stockholm Tel. 216290, 216291

Världsrymdsraketproblemet med lösningar för speciella fall. II.

Av lektor CONRAD LÖNNQVIST, Södertälje.

B. Luftmotstånd.[1]

Vid raketfärd ut i världsrymden gäller det att övervinna atmosfärens motstånd med så liten massförlust som möjligt. Det bör då vara förmånligt att icke låta raketen uppnå mycket stora hastigheter, förrän den kommit upp på så stora höjder, att luftmotståndet spelar mindre roll.

Luftmotståndet är dels proportionellt mot luftens täthet, dels proportionellt mot kvadraten på raketens hastighet. Detta sista gäller dock endast upp till ljudets hastighet. Därefter blir luftmotståndet mera oregelbundet och betydligt större än den angivna proportionaliteten skulle innebära.

Man bör då med fördel kunna arrangera raketens acceleration så, att den når ljudets hastighet först på 20 à 25 km höjd, där luftmotståndet börjar avtaga kraftigt på grund av luftens minskade täthet: några få procent av tätheten vid jordytan.

Formeln för luftmotståndet skriva vi

$$K = m_0 g \cdot \frac{v^2}{W^2} \cdot e^{-\frac{s}{s_0}}.$$

Här betyder W en sådan hastighet, att en raket med den hastigheten vid jordytan skulle utsättas för ett luftmotstånd lika stort som tyngdkraften. Vidare betyder s_0 den höjd över jordytan, vid vilken luftens täthet har nedgått till bråkdelen $\frac{1}{e}$ av tätheten vid jordytan.

Vi skola i det följande sätta $s_0 = 7{,}5$ km. På tredubbla höjden, 22,5 km, är alltså tätheten $1/e^3$ av tätheten vid jordytan. Först på den höjden kan rakethastigheten tillåtas nå upp till ljudhastigheten. Detta nämnes som en konkret bakgrund till de följande tillämpningsexemplen.

Vi skola nu återuppta ex. 3 men med beaktande av luftmotståndet.

[1] Forts. från marsh. s. 45.

Ex. 8. En raket skall med konstant acceleration nå höjden s_1 med sluthastigheten v_1. Vad blir kvothastighet och masskvot, om luftmotståndet beaktas?

Differentialekvationen för rörelsen är

$$-c\frac{dm}{dt} = m\frac{dv}{dt} + mg + m_0 g \cdot \frac{v^2}{W^2} \cdot e^{-\frac{s}{s_0}}.$$

Genom substitutionen $\frac{dm}{dt} = \frac{dm}{dv} \cdot \frac{dv}{dt}$ och $s = \frac{v^2}{2a}$ erhålles

$$\frac{dm}{dv} + m \cdot \frac{a+g}{ca} = -\frac{m_0 g}{ca} \cdot \frac{v^2}{W^2} \cdot e^{-\frac{v^2}{2as_0}}.$$

För bestämning av den behövliga accelerationen a har man $v_1^2 = 2as_1$. Det är vidare lämpligt att införa en viss standardhastighet v_0, definierad genom $v_0^2 = 2as_0$. Vidare betecknas förhållandet g/a med n.

Ekvationen blir därmed

$$\frac{dm}{dv} + \frac{m}{c}(1+n) = -\frac{n m_0}{c} \cdot \frac{v^2}{W^2} \cdot e^{-\frac{v^2}{v_0^2}}.$$

Om man nu mäter hastigheten med v_0 som enhet, så att man som variabel inför $w = \frac{v}{v_0}$ $\left(\text{varav } \frac{dm}{dv} = \frac{dm}{dw} \cdot \frac{1}{v_0}\right)$, erhålles

$$\frac{dm}{dw} + \frac{m v_0}{c}(1+n) = -\frac{n m_0 v_0}{c} \cdot \frac{v_0^2}{W^2} \cdot w^2 \cdot e^{-w^2}.$$

Integralen till denna ekvation är

$$m \cdot e^{\frac{v_0(1+n)}{c} \cdot w_1} = m_0 \left\{1 - \frac{n v_0}{c} \cdot \frac{v_0^2}{W^2} \cdot \int_0^{w_1} e^{-\left\{w^2 - \frac{v_0(1+n)}{c} \cdot w\right\}} w^2 dw\right\}.$$

Detta resultat klarlägger, att massan m minskar av två skilda orsaker, dels genom att parentesen i högra ledet avtar i storlek, dels genom exponentfaktorn till vänster, vars exponent vid överflyttning till höger blir $-\frac{v_0(1+n)}{c} \cdot w_1$. Den senare minskningen betingas uppenbarligen av krafterna ma och mg. Den är precis så stor som den enligt ex. 3 skall vara, motsvarande en kvothastighet $= v_1(1+n)$. Den ytterligare ökning av kvothastigheten som betingas av luftmotståndet får man icke omedelbart fram ur lösningen. Men den kan beräknas ur den av högra ledet bestämda masskvoten.

Den erhållna integralen är rätt tidsödande att numeriskt beräkna för olika fall. Men man kan skaffa sig en enklare lösning,

som visserligen endast är approximativt riktig men som ofta ger tillräcklig noggrannhet. Man ersätter då faktorn m_0 i den sista termen i diff.-ekvationen, den som ger luftmotståndet, med faktorn m. Man räknar alltså, som om luftmotståndet minskade med raketens massa på samma sätt som krafterna ma och mg.

Ex. 9. Approximativ beräkning av kvothastigheten vid stigning med konstant acceleration (till sluthastigheten v_1), om luftmotståndet tänkes proportionellt mot raketens massa.

På vanligt sätt finner man för kvothastigheten uttrycket

$$u = v_1(1+n) + \frac{g}{W^2}\int v^2 \cdot e^{-\frac{s}{s_0}}\,dt,$$

där man substituerar $s = \frac{v^2}{2a}$ och $dt = \frac{1}{a}\,dv$. Man får då

$$u = v_1(1+n) + \frac{g}{aW^2}\cdot\int v^2 \cdot e^{-\frac{v^2}{2as_0}}\,dv.$$

Om som förut införes $v_0^2 = 2as_0$ och $\frac{v}{v_0} = w$, får man

$$u = v_1(1+n) + \frac{nv_0^3}{W^2}\cdot\int_0^{w_1} e^{-w^2} w^2\,dw =$$

$$= v_1(1+n) + \frac{nv_0^3}{2W^2}\left\{\int_0^{w_1} e^{-w^2}\,dw - w_1\cdot e^{-w_1^2}\right\}.$$

Detta uttryck påminner om den exakta lösningen men är lättare att beräkna numeriskt. Man omskriver därvid integraltermen

$$\int_0^{w_1} e^{-w^2}\,dw = \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\int_0^{z_1} e^{-\frac{z^2}{2}}\,dz = \sqrt{\pi}\left\{\Phi(z_1) - \Phi(0)\right\}$$

där $\Phi(z)$ är den normala sannolikhetsfunktionen, som finnes tabulerad, varvid $\Phi(0) = 0{,}5$.

Vi göra nu en numerisk tillämpning på det fall, då raketen skall stiga till $s_1 = 3\cdot s_0 = 22{,}5$ km och där uppnå en hastighet ungefär lika med ljudets, nämligen $v_1 = v_0\sqrt{3} = 0{,}33$ km/sek. (Här som i det följande räkna vi längder i kilometer.)

För bestämning av a har man då $0{,}33^2 = 2a\cdot 22{,}5$, varav $a = 0{,}00242$. I det följande sättes alltid $g = 0{,}0098$.

Man har vidare $v_0 = 0{,}11\sqrt{3}$, $w_1 = \sqrt{3}$, $z_1 = \sqrt{6}$.

Med dessa värden finner man följande värde på kvothastigheten

$$u = 1{,}665 + \frac{0{,}01102}{W^2}.$$

Här kan man nu insätta olika värden på den hastighet W som är ett slags mått på luftmotståndet. Om vid jordytan luftmotståndet blir lika stort som tyngden för en hastighet om 200 m/sek, har man att insätta $W = 0{,}2$. Om detta luftmotstånd först uppnås vid en hastighet om 300 m/sek, har man att insätta $W = 0{,}3$.

$$\text{För } W = \begin{cases} 0{,}1 \\ 0{,}2 \\ 0{,}3 \end{cases} \text{ blir } u = \begin{cases} 2{,}77 \\ 1{,}94 \\ 1{,}79. \end{cases}$$

Gör man i stället en numerisk beräkning med användning av den *exakta* lösningen (ex. 8), så visar det sig, att resultaten för de ovannämnda W-värdena bli tämligen lika med de nu funna approximativa utom för fallet $W = 0{,}1$. Detta visar, att approximationen här vid måttligt luftmotstånd är tillåten:

$$\text{För } W = \begin{cases} 0{,}1 \\ 0{,}2 \\ 0{,}3 \end{cases} \text{ är } u = \begin{cases} 3{,}41 \\ 2{,}03 \\ 1{,}83. \end{cases}$$

Vi övergå nu till samma problem som i ex. 5, men nu med beaktande av luftmotståndet.

Ex. 10. En raket har vid jordytan hastigheten v_1 och stiger med denna hastighet konstant till höjden s_1. Vad blir därvid masskvoten, om luftmotståndet medräknas?

a) Exakt behandling.

Rörelseekvationen blir

$$-c\frac{dm}{dt} = mg + m_0 g \cdot \frac{v_1^2}{W^2} \cdot e^{-\frac{s}{s_0}} = -c \cdot \frac{dm}{ds} \cdot v_1,$$

varav

$$\frac{dm}{ds} + \frac{g}{cv_1} \cdot m = -\frac{m_0 g v_1}{c W^2} \cdot e^{-\frac{s}{s_0}}.$$

Om man sätter $\frac{s}{s_0} = S$, ger integrering

$$m \cdot e^{-\frac{g}{cv_1} \cdot s_1} = m_0 \left\{1 - \frac{g s_0 v_1}{c W^2}(1 - e^{-S})\right\}.$$

b) Approximativ lösning.

Man kan tillämpa samma approximativa metod som i ex. 9 med därtill hörande antagande om luftmotståndet såsom proportionellt mot m.

Man får då i stället följande diff.-ekvation

$$-c\frac{dm}{m} = g\,dt + g\cdot\frac{v_1^2}{W^2}\cdot e^{-\frac{s}{s_0}}\cdot dt$$

eller

$$-c\cdot\frac{dm}{m} = \frac{g}{v_1}\cdot ds + g\cdot\frac{v_1}{W^2}\cdot e^{-\frac{s}{s_0}}ds.$$

Genom integrering finner man då kvothastigheten direkt

$$u = \frac{g\,s_1}{v_1} + \frac{g\,v_1}{W^2}\int e^{-\frac{s}{s_0}}ds = \frac{g\,s_1}{v_1} + \frac{g\,v_1\,s_0}{W^2}\left\{1 - e^{-\frac{s_1}{s_0}}\right\}.$$

En jämförelse med den exakta lösningen visar, att olikheten endast gäller den sista termen som avser luftmotståndet. Även här är uttrycket tydligen likartat.

Vi göra numerisk beräkning för raketens stigning till samma höjd som i det föregående exemplet, nämligen till $s_1 = 3\cdot 7{,}5 = 22{,}5$, och med den konstanta hastigheten lika med sluthastigheten i förra exemplet, nämligen $v_1 = 0{,}33$.

Man finner vid den approximativa lösningen:

$$\text{För } W = \begin{cases} 0{,}1 \\ 0{,}2 \\ 0{,}3 \end{cases} \qquad u = \begin{cases} 2{,}97 \\ 1{,}24 \\ 0{,}92. \end{cases}$$

Använder man i stället den exakta lösningen, avvika de funna masskvotvärdena föga från dem som de anförda u-värdena betinga, i varje fall för större W-värden, dvs. måttligt luftmotstånd.

$$\text{För } W = \begin{cases} 0{,}1 \\ 0{,}2 \\ 0{,}3 \end{cases} \text{ blir } u = \begin{cases} 4{,}09 \\ 1{,}29 \\ 0{,}93. \end{cases}$$

Nu tillkommer en ökning av dessa kvothastigheter med hänsyn till att raketen först måste tilldelas den hastighet v_1 som sedan hålles konstant. Om detta igångsättande sker med $a = \infty$, tillkommer naturligtvis termen v_1. De funna u-värdena skola alltså då ökas med 0,33.

Men i verkligheten måste starten ske med ett ändligt a-värde. Vi välja här $a = 2g$ (se fig. 3 i del I av uppsatsen, marsh. 1948 s. 43). För den korta tid det här gäller, varunder hastigheten skall stiga till 0,33, kan den approximativa metoden (ex. 9) användas utan nämnvärt fel.

Man finner då

$$\text{för } W = \begin{cases} 0{,}1 \\ 0{,}2 \\ 0{,}3 \end{cases} \text{ tillskottet i } u = \begin{cases} 0{,}97 \\ 0{,}61 \\ 0{,}55. \end{cases}$$

Samtidigt skall emellertid liksom i ex. 6 en subtraktion göras för den del av den vågräta förflyttningen i diagrammet som nu bortfaller.

Korsningspunkten beräknas till (2,78, 0,33). För denna vågräta sträcka i diagrammet blir

$$\text{för } W = \begin{cases} 0{,}1 \\ 0{,}2 \\ 0{,}3 \end{cases} \text{ korrektionen i } u = \begin{cases} 0{,}83 \\ 0{,}27 \\ 0{,}17. \end{cases}$$

Därmed erhållas de slutliga u-värdena:

$$\text{för } W = \begin{cases} 0{,}1 \\ 0{,}2 \\ 0{,}3 \end{cases} \text{ blir } u = \begin{cases} 4{,}09 + 0{,}97 - 0{,}83 = 4{,}23 \\ 1{,}29 + 0{,}61 - 0{,}27 = 1{,}63 \\ 0{,}93 + 0{,}55 - 0{,}17 = 1{,}31. \end{cases}$$

Man kan nu göra en jämförelse med de u-värden som vi fingo i ex. 9 (sid. 12) för den paraboliska vägen från origo till punkten (22,5; 0,33), nämligen

$$\text{för } W = \begin{cases} 0{,}1 \\ 0{,}2 \\ 0{,}3 \end{cases} \qquad u = \begin{cases} 3{,}41 \\ 2{,}03 \\ 1{,}83. \end{cases}$$

Dessa senare värden ligga utom för $W = 0{,}1$ högre än de förra. Den paraboliska vägen (med konstant acceleration) är tydligen mindre mass-ekonomisk än den nu behandlade — såvida icke luftmotståndet är mycket stort. I ex. 6, då intet luftmotstånd förutsattes, förhöll det sig tvärtom.

I ex. 6 jämförde vi flera olika vägar för uppnående av en punkt (S, V) i diagrammet. Jag har även med beaktande av luftmotståndet gjort beräkningar för olika accelerationer i det paraboliska begynnelsestadiet. Nedanstående tabell ger resultatet för kvothastigheterna i olika fall:

W	$a = g$	$a = 2g$	$a = 3g$
0,1	4,10	4,23	4,29
0,2	1,66	1,63	1,63
0,3	1,37	1,31	1,29

För måttligt luftmotstånd ($W = 0{,}2$ å $0{,}3$) blir det alltså icke någon nämnvärd skillnad mellan de olika »vägarna» i diagrammet, karakteriserade av olika acceleration i begynnelseskedet. När luftmotståndet blir allt mindre (t. ex. $W = 0{,}3$), blir det givetvis allt gynnsammare med stor acceleration i begynnelseskedet. Som ex. 6 visade, blir ju utan luftmotstånd kvothastigheten minst vid en begynnelseacceleration $a = \infty$.

Den i våra exempel valda punkten (22,5; 0,33) kan tydligen, vid måttligt luftmotstånd och tänkbar begynnelseacceleration uppnås med en kvothastighet om 1,3 à 1,6, vilket innebär en masskvot om $e^{0,32}$ à $e^{0,4}$, dvs. 1,4 à 1,5. Av massan återstår då ca 70 %.

Man kan fråga efter andra tänkbara vägar i diagrammet, som eventuellt skulle kunna vara ännu gynnsammare. En väg skall undersökas i nästa exempel.

Ex. 11. Punkten (*S*, V) i diagrammet skall uppnås längs en sådan kurva i diagrammet, att luftmotståndet är konstant under hela tiden. Vad blir därvid kvothastighet och masskvot?

Av formeln för luftmotståndet följer att kurvans ekvation blir

$$v = k\,W \cdot e^{\frac{s}{2s_0}}.$$

Integrerar man sig här på vanligt sätt till kvothastigheten, finner man

$$u = V + g(1+n) \cdot \frac{2s_0}{kW}\left(1 - e^{-\frac{S}{2s_0}}\right) = V + 2g\,s_0(1+n) \cdot \{1/kW - 1/v\}$$

där n nu betyder det konstanta förhållandet mellan luftmotstånd och tyngdkraft.

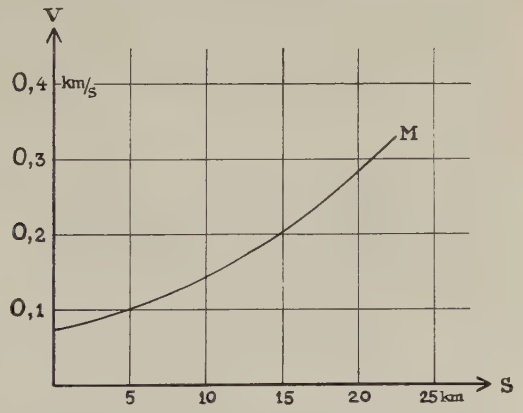


Fig. 5. Punkten *M* (22,5; 0,33) nås i (*s*; *v*)-diagrammet längs en exponentialkurva, sådan att luftmotståndet hela tiden är konstant.

Den första stigningen från origo upp till kurvans skärningspunkt med v-axeln måste naturligtvis i praktiken ske med ändlig acceleration, men detta medför här mycket liten ändring i slutresultatet, när vi göra tillämpning på stigningen till punkten $S = 22{,}5$, $V = 0{,}33$.

Man finner

$$\text{för } W = \begin{cases} 0{,}1 \\ 0{,}2 \\ 0{,}3 \end{cases} \text{ kvothastigheten } u = \begin{cases} 2{,}72 \\ 2{,}09 \\ 1{,}97. \end{cases}$$

Tydligen blir kvothastigheterna och därmed masskvoten avgjort större än i förut behandlade fall (utom för $W = 0{,}1$).

Vill man icke överstiga ljudhastigheten inom de första 20 km, synes därför den i förra exemplet funna minimivägen vara den gynnsammaste.

Det återstår att undersöka, om det icke trots allt blir förmånligare att redan på låg höjd överskrida ljudhastigheten för att med stor acceleration snart komma upp till höga hastigheter, varigenom restiden förkortas och därmed kvothastigheten förminskas.

Jag har undersökt resultatet för en parabel med $a = 2g$ från origo upp till höjden $S = 10 \cdot s_0 = 75$ km, varvid ljudhastigheten överskrides redan på 2,8 km höjd. Under ojämförligt större delen av vägen är därför hastigheten större än ljudets.

Så snart hastigheten överskrider ljudets, blir nu luftmotståndet kraftigt stegrat på ett oregelmässigt sätt för att sedan vid större hastigheter stanna vid ungefär dubbelt så högt värde som den vanliga formeln föreskriver (se Rådströms uppsats i Kosmos). Jag har därför vid lösningen räknat med ett luftmotstånd som genomgående är *dubbelt* så stort som enligt den förut använda formeln.

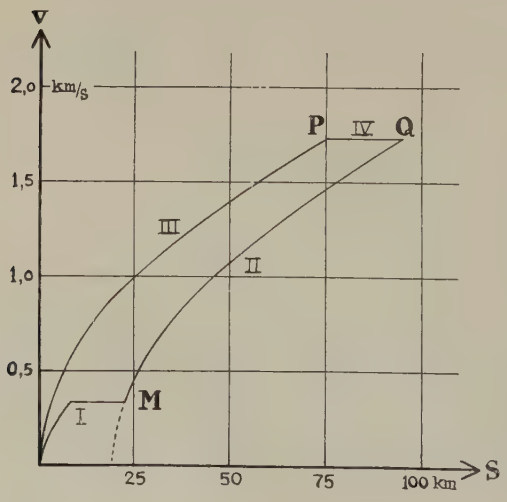


Fig. 6. Punkten Q nås på två olika vägar: längs parabeln III (med $a = 2g$) åtföljd av linjen IV (konstant hastighet) eller längs parabeln II, sedan punkten M uppnåtts på något av de förut behandlade sätten (I).

För kurvan III i figuren (från 0 till P) finner jag då följande kvothastigheter. För $W = 0{,}1$ banan omöjlig.[1]

För $W = 0{,}2 \quad u = 5{,}88$ och $W = 0{,}3 \quad u = 3{,}71$.

Det är att märka, att redan krafterna ma och mg här åstadkomma en kvothastighet om 2,57. Överskottet i u betingas av luftmotståndet.

Nu jämföra vi denna väg III med motsvarande kurva II, som har samma form och längd men är förflyttad åt höger så, att den går genom den punkt M (22,5; 0,33), vars uppnående vi förut ha inriktat oss på. Då punkten M skall uppnås på förut beräknat sätt, ha vi här att frändraga de kvothastigheter som belöpa sig på den korta streckade början av parabeln. Jag finner då för parabelvägen från M till Q:

$$W = 0{,}2 \quad u = 2{,}24 \quad \text{och} \quad W = 0{,}3 \quad u = 2{,}15$$

varvid är att märka, att luftmotståndet här endast ansvarar för en liten del av dessa u-värden. För de två sista fallen för resp. 0,16 à 0,07!

Emellertid skall man till dessa värden lägga de u-värden som enligt det föregående betingas av resan från O till M. Om denna sker på gynnsammaste sätt, blir enligt det föregående dessa u-värden 1,63 för $W = 0{,}2$ och 1,31 för $W = 0{,}3$.

För vägen I, II i diagrammet erhålles således

för $W = 0{,}2 \quad u = 2{,}24 + 1{,}63 = 3{,}87$ och för $W = 0{,}3 \quad u = 2{,}15 + 1{,}31 = 3{,}46$.

Med vägen I, II kommer man emellertid till en höjdpunkt Q, som ligger över den punkt P, där vägen III slutade. Vid en fullt rättvis jämförelse har man alltså att beräkna kvothastighetstillskottet för vägen PQ. Det visar sig, att luftmotståndet här är alldeles utan betydelse. Och tillökningen i u-värdena blir endast 0,12.

För stigning längs vägen III, IV bli alltså till sist kvothastigheterna

för $W = 0{,}2 \quad u = 5{,}95$ och för $W = 0{,}3 \quad u = 3{,}83$.

Tydligen är vägen I, II att föredraga framför vägen III, IV. Detta gäller t. o. m. för så lågt värde på luftmotståndet som svarar mot antagandet $W = 0{,}3$. Därtill är ändå att bemärka, att luftmotståndet för vägen III, IV är svårberäkneligt och mycket väl kan anta ännu högre värden än som här ha förutsatts.

[1] För detta stora luftmotstånd visar det sig, att masskvotens inverterade värde nedgår icke endast till noll utan rent av blir negativt!

Som slutresultat av våra undersökningar i denna avdelning B kunna vi påstå, att raketen — om vägen väljes lämpligt — kan genomtränga atmosfären utan att kvothastigheten behöver överstiga värdet 4.

Antages värdet 4, har man tydligen t. o. m. en viss säkerhetsmarginal. Efter division med c, som vi ju tänkt oss likaså ha värdet 4, erhålles exponenten till e i masskvoten. Denna masskvot blir därför helt enkelt $= e$, vilket innebär, att raketen lämnar atmosfären (på ca 100 km höjd) med en kvarvarande bråkdel $= 1/e$ av sin ursprungliga massa.

Det kan tilläggas att atmosfärens motstånd endast har en mindre del i den nyss beräknade kvothastigheten. För att uppnå 95 km höjd med en acceleration $a = 2g$ erhålles utan luftmotstånd $u = 2{,}9$. På luftmotståndets konto kommer därför endast ca 1 enhet. Enbart luftmotståndet reducerar alltså raketens massa till ca $1 : \sqrt[4]{e}$ av dess ursprungliga massa eller till ca 78 %.

Studentuppgift, specialfall av allmän kägelsnittssats.

Uppg. 4 vid fyllnadsprövning i specialmatematik aug.—sept. 1948 — se sid. 203 i detta häfte — är ett specialfall av en generell kägelsnittssats.

Från punkten P dragas tangenterna PA, PB till kägelsnitttet K samt sekanten PCD; K:s tangent i $C(D)$ skär PA och PB i C_1, $C_2(D_1, D_2)$ resp. Enligt pol- och polarteorien råkas t_C och t_D i Q på AB.

En ny tangent, t_F, skär t_C i C_3 och t_D i D_3. Då ligger $E \equiv D_1C_3 \times C_1D_3$ på CD enligt Brianchons sats; genom E går även AF.

Antag nu, att D_1C_3 går genom B. Då är CD polar till Q med avseende å 1) linjeparet $PD_1 \cdot PD_2$ 2) linjeparet $EA \cdot EB$. Enär nu $D_1 \equiv PD_1 \times EB$, måste alltså $D_2 \equiv PD_2 \times EA$; m. a. o., om AD_2 skär K i F (och A), råkas BD_1 av t_F i en punkt på t_C.

Hur detta specialiseras till parabelsatsen överlämnas åt läsaren att själv utfinna. *X.*

Om kolhydraternas enzymatiska nedbrytning.

(Med fyra försök.)

Av rektor Å. LENNERSTRAND, Kristianstad.

Kolhydraternas anaeroba nedbrytning i organismen är i sina väsentliga delar klarlagd. Det har visat sig, att glykosens förjäsning i jästceller och dess spjälkning [glykolys] i djurceller följer i princip samma vägar. Nedbrytningen förlöper över ett flertal fosforsyrehaltiga mellanled, som man lyckats isolera och identifiera efter ett omfattande arbete. De första undersökningarna på detta område började för cirka femtio år sedan, då BUCHNER genom rivning av jästceller med kvartssand och pressning av återstoden framställde en cellfri saft, som förmådde spjälka druvsocker till alkohol och koldioxid. HARDEN fann [1905], att fosfattillsats starkt aktiverade jäsningen i detta system, och 1908 lyckades han ur jäsningsblandningen isolera *fruktosdifosforsyra* [jämför reaktionsschemat sid. 3]. Några år senare framlade HARDEN och ROBISON de första bevisen för att även ett *hexosmonofosfat* bildas intermediärt vid jäsningen. Robison och medarbetare fastställde, att det rörde sig om *glykos-6-fosforsyra*. I början var man böjd att tro, att fosfatet avspjälkades, innan glykosen vidare nedbröts till alkohol och koldioxid, men de senare årens forskningar ha visat, att så ej är fallet. Vid dessa undersökningar har man framförallt begagnat sig av torrjästsystem. Bryggerijäst torkas utbredd i ett tunt skikt på ark av filtrerpapper. Därvid dö cellerna, men jäsningssystemet är i stor utsträckning intakt. Vid försöken begagnas en suspension av torrjästen [se försök 1]. Man kan också torka jästen flera dagar i ett ca fyra centimeter tjockt lager. Efter denna behandling är det möjligt att med vatten extrahera de vid jäsningen verksamma fermenten. Extraktet kallas *lebedewsaft* eller *macerationssaft*. Även sönderskurna vävnader [framförallt muskelvävnad] eller pressafter av dessa från groda, råtta, marsvin, kanin med flera djur ha kommit till användning. I alla dessa desorganiserade system sker kolhydratnedbrytning på likartat sätt som i den levande cellen. En viktig skillnad finnes dock. I det intakta cellsystemet förlöper nedbrytningen mycket raskt till ändprodukterna. I de desorganiserade systemen ha förskjutningar inträtt i

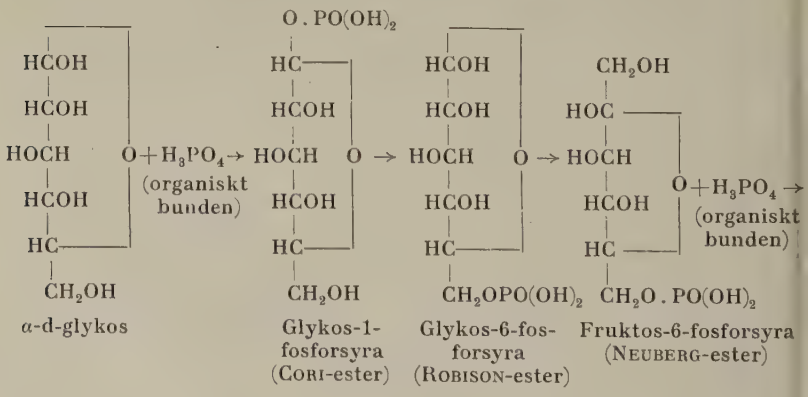
delreaktionernas hastigheter, varigenom anhopningar av vissa intermediärprodukter uppkomma [jfr bildningen av fruktosdifosfat i jästpressaft]. Sådana anhopningar äro naturligtvis av stor betydelse för utforskandet av mellanleden vid sockrets nedbrytning och kunna i vissa fall åstadkommas genom tillsats av ämnen [exempelvis *natriumfluorid*; se sid. 5 och försök 1], som verka hämmande på enstaka delreaktioner vid kolhydraternas spjälkning.

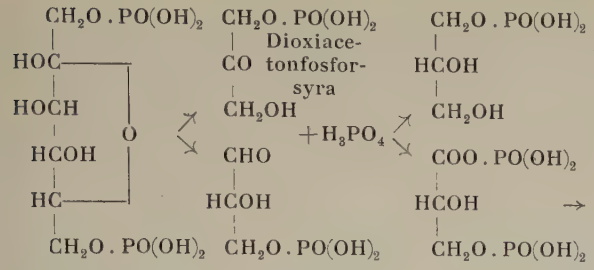
Vid förjäsning av glykos med torrjäst kunde Nilsson 1929 påvisa förekomsten av *3-monofosfoglycerinsyra.* Därmed var det bevisat, att glykosmolekylen spränges på mitten i det förestrade tillståndet. På 1930-talet lyckades Meyerhof och Kiessling ur jäsningsansatser isolera andra fosforsyrehaltiga substanser innehållande tre kolatomer, nämligen *2-monofosfoglycerinsyra, fosfopyrodruvsyra, glycerinaldehydfosforsyra* och *dioxiacetonfosforsyra.* Ytterligare en fosforylerad produkt av likartad typ, *1,3-difosfoglycerinsyra,* påvisades av Warburg och medarbetare 1939. Dessförinnan hade en ny glykosmonofosforsyreester, *glykos-1-fosforsyra,* upptäckts av makarna Cori 1937.

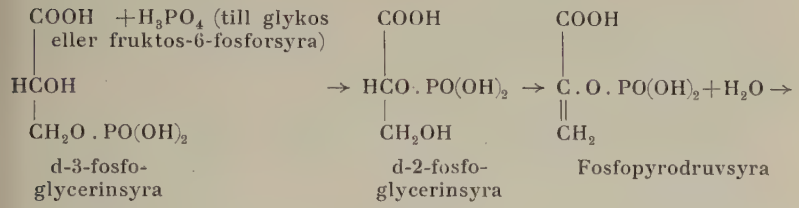
Gay-Lussac uppställde redan i början av 1800-talet den bekanta formeln för sockrets förjäsning:

$$C_6H_{12}O_6 = 2CO_2 + 2C_2H_5OH.$$

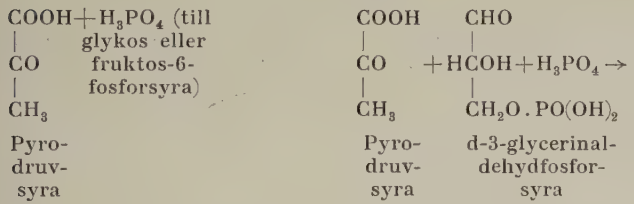
De nya upptäckterna beträffande kolhydratnedbrytningen i desorganiserade system ha lett till att man kunnat upplösa denna totalreaktion i ett stort antal delreaktioner. De flesta forskare torde numera ansluta sig till följande nedbrytningsschema:



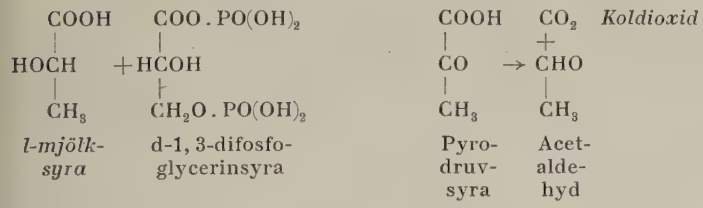

Fruktos-1, 6-difosforsyra (HARDEN-YOUNG-ester)
Dioxiaceton-fosforsyra
+H3PO4
d-3-glycerinaldehydfosforsyra
l-α-glycerinfosforsyra
d-1, 3-difosfoglycerinsyra

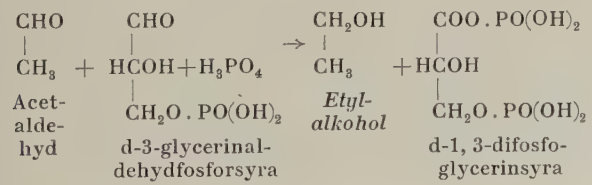

+H3PO4 (till glykos eller fruktos-6-fosforsyra)
d-3-fosfoglycerinsyra
d-2-fosfoglycerinsyra
Fosfopyrodruvsyra

Muskel:


+H3PO4 (till glykos eller fruktos-6-fosforsyra)
Pyrodruvsyra
+HCOH+H3PO4
Pyrodruvsyra
d-3-glycerinaldehydfosforsyra

Jäst:


+HCOH
l-mjölksyra
d-1, 3-difosfoglycerinsyra
CO2
Koldioxid
Pyrodruvsyra
Acetaldehyd


+ HCOH+H3PO4
Acetaldehyd
d-3-glycerinaldehydfosforsyra
Etylalkohol
+HCOH
d-1, 3-difosfoglycerinsyra

Glykosens nedbrytning inledes med dess förestring med fosforsyra till *glykos-1-fosforsyra*. Denna omlagras till *glykos-6-fosforsyra*, som i sin tur överföres till en annan isomer form, *fruktos-6-fosforsyra*. Efter förestring med ytterligare en molekyl fosforsyra, varvid *fruktos-1, 6-difosforsyra* uppkommer, inträder en spjälkning av kolkedjan mellan tredje och fjärde kolatomen med resultat, att *glycerinaldehydfosforsyra* och *dioxiacetonfosforsyra* bildas. Dessa stå i enzymatisk jämvikt dels med varandra, dels med fruktosdifosforsyran. Under glykosnedbrytningens inledande skede [induktionsperioden] äger en dismutation rum mellan de bägge triosfosforsyrorna, medan under det följande stationära skedet acetaldehyd [vid jäsningen] eller pyrodruvsyra [vid glykolysen] dismuterar med glycerinaldehydfosforsyran, som under fosfatupptagande [se försök 4] omvandlas till *1, 3-difosfoglycerinsyra*, samtidigt som acetaldehyden respektive pyrodruvsyran överföres till *etylalkohol* respektive *mjölksyra*. Från difosfoglycerinsyran överföres fosfatgruppen i 1-ställning till glykos respektive fruktos-6-fosforsyra under bildning av glykos-6-fosforsyra, respektive fruktos-1, 6-difosforsyra, vilka sedan omsättas vidare på ovannämnt sätt. Av difosfoglycerinsyran bildas vid omestringen *3-monofosfoglycerinsyra*, som över *2-monofosfoglycerinsyra* ger upphov till *fosfopyrodruvsyra*. Dennas fosfatgrupp omestras med glykos eller fruktosmonofosforsyra. Vid fosfopyrodruvsyrans omestring uppkommer *pyrodruvsyra*, som i jästsystem dekarboxyleras till *acetaldehyd* och *koldioxid* [försök 3]. Under induktionsperioden bildas etylalkoholen och koldioxiden relativt långsamt, men allteftersom pyrodruvsyran och acetaldehyden börja anhopas, växer nedbrytningens hastighet.

Genom omestringsreaktionerna indrages glykosen kontinuerligt i nedbrytningsprocesserna. Detta kan endast försiggå, så länge som oorganiskt fosfat finnes tillgängligt för glycerinaldehydfosforsyrans vidare omsättning. Genom förekomsten av fosfatavspjälkande enzymer sörjes för att en del av det förhandenvarande fosfatet alltid finnes i fri form. En liten mängd oorganiskt fosfat är därför tillräcklig för nedbrytning av en stor glykosmängd.

Vid jäsningen ger varje molekyl glykos upphov till två molekyler pyrodruvsyra, som sedan överföras till två molekyler etylalkohol och två molekyler koldioxid, vilket är i överensstämmelse med den av Gay-Lussac uppställda formeln för sockrets förjäsning. Allt talar för att de här anförda nedbrytningsreaktionerna i isolerade enzymsystem även gälla för den levande cellen. Som stöd för denna uppfattning kan anföras, att om levande jästceller suspenderas i en lösning innehållande glykos och fosfat, halten av

fosfat i mediet avtar. Vidare ha fruktosdifosforsyra och monofosfoglycerinsyra isolerats ur levande jästceller.

Glykogenets omsättning i den levande cellen är knuten till närvaron av oorganiskt fosfat. Glykogenmolekylen spjälkas nämligen under bildning av glykos-1-fosforsyra enligt formeln:

$$\text{Glykogen} + \text{n fosforsyra} \rightleftarrows \text{n glykos-1-fosforsyra.}$$

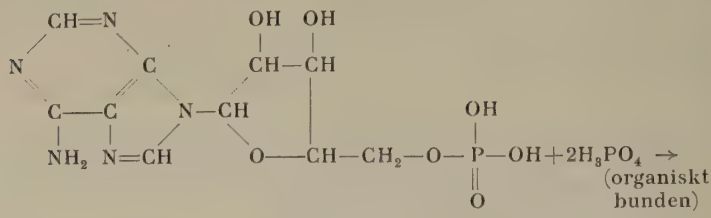
Reaktionen är reversibel, vilket innebär, att glykosen först efter förestring med fosforsyra upplagras i form av glykogen. Den vid glykogenets mobilisering bildade Cori-estern omsättes i enlighet med ovanstående reaktionsschema.

De nyss skildrade nedbrytningsprocesserna komma till stånd genom samverkan av ett flertal enzymer, vilka ingående studerats de senaste årtiondena. Bland de forskare, som arbetat med hithörande frågor, böra i främsta rummet nämnas Meyerhof, Warburg, v. Euler, Parnas och Lohmann. Genom deras arbeten ha djupare inblickar vunnits i enzymernas byggnad och verkningssätt. Det följande utgör en kortfattad översikt över de vunna resultaten.

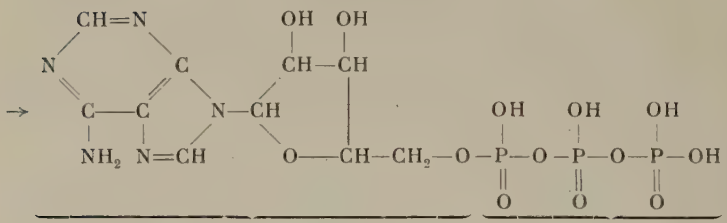
Glykogenets omvandling till glykos-1-fosforsyra i närvaro av oorganiskt fosfat ombesörjes av enzymet *fosforylas*. *Fosfoglykomutas* förmedlar sedan glykos-1-fosforsyrans omlagring till glykos-6-fosforsyra. Denna står under medverkan av *fosfohexomutas* i enzymatisk jämvikt med fruktos-6-fosforsyra, som av *aldolas* överföres till dioxiacetonfosforsyra och glycerinaldehydfosforsyra. Reaktionen är liksom de flesta här omnämnda reversibel. Man har ännu ej lyckats skilja fosfohexomutasen och aldolasen åt. *Fosfoglyceromutas* möjliggör 3-fosfoglycerinsyrans isomerisering till 2-fosfoglycerinsyra, som av *enolas* omvandlas till fosfopyrodruvsyra. Verkan av det sistnämnda enzymet hämmas i närvaro av fluoridjoner. I en jäsningsansats med natriumfluorid inträder sålunda icke någon koldioxidutveckling [försök 1]. Glykosens förestring med fosforsyra hämmas dock ej fullständigt, varför monofosfoglycerinsyra anhopas i fluoridansatser [metod för framställning av denna ester]. Enolasen är ett magnesiumhaltigt äggviteämne, som efter avlägsnande av magnesium förlorar sin katalytiska effekt.

Fosfatöverföringen från 1,3-difosfoglycerinsyra och fosfopyrodruvsyra till glykos eller fruktos-6-fosforsyra äger rum under medverkan av ett *omestrande ferment*, som utgöres av ett sammansatt äggviteämne med en prostetisk grupp bestående av en adeninnukleotid, kallad *muskeladenylsyra* eller *adenosinmonofosforsyra* [se formeln]. Adenylsyran upptar vid omestringen två fosfat-

grupper och övergår via *adenosindifosforsyra* till *adenosintrifosforsyra*. Fosfatdonatorer äro 1,3-difosfoglycerinsyra och fosfopyrodruvsyra.



Muskeladenylsyra (adenosinmonofosforsyra)



Adenosintrifosforsyra

Adenosintrifosforsyran defosforyleras kontinuerligt till muskeladenylsyra genom omestring med glykos eller fruktosmonofosforsyra:

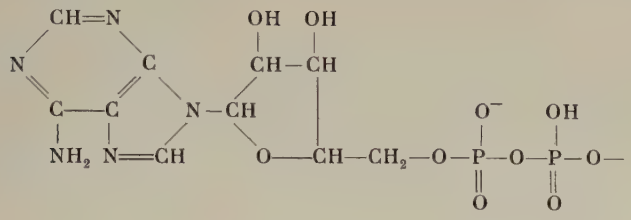
Adenosintrifosforsyra + glykos → adenosindifosforsyra + + glykos-1-fosforsyra.

Adenosindifosforsyra + fruktos-6-fosforsyra → → adenosinmonofosforsyra + fruktos-1, 6-difosforsyra.

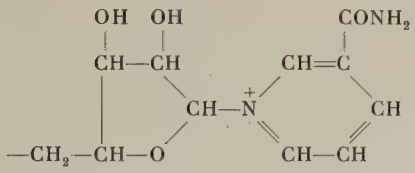
Man kan alltså i detta fall placera in enzymet i reaktionsformlerna.

Glycerinaldehydfosforsyrans oxidation i närvaro av oorganiskt fosfat till 1,3-difosfoglycerinsyra och hand i hand därmed pyrodruvsyrans respektive acetaldehydens reduktion till mjölksyra respektive etylalkohol äro beroende av en speciell *dehydras*. I denna förekommer som prostetisk grupp en adeninnikotinsyreamiddinukleotid [se formeln], kallad *codehydras I* eller *cozymas*. Denna grupp upptar två väteatomer från glycerinaldehydfosforsyrans hydratform och överför dessa till pyrodruvsyra respektive acetaldehyd, varvid mjölksyra respektive etylalkohol bildas. Code-

hydras I uppträder alltså i en oxiderad och en reducerad form, vilka fordra var sin speciella »bärare»-äggvita. Dessa sistnämnda ha renframställts i kristallinisk form. Den prostetiska gruppen är i detta fall mycket lösligt förenad med »bärare»-äggvitan och kan tvättas ut ur torrjästen med vatten. En så behandlad torrjäst kan ej förjäsa glykos förrän det borttvättade coenzymet tillföres igen [försök 2].

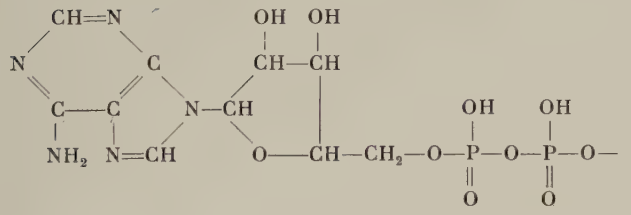


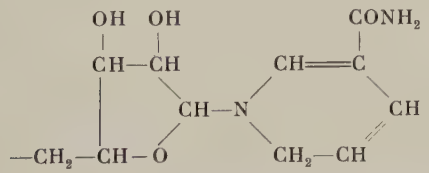
Adenin d-ribos Pyrofosforsyra



d-ribos Nikotinsyreamid

Cozymas (codehydras I)





Reducerad cozymas

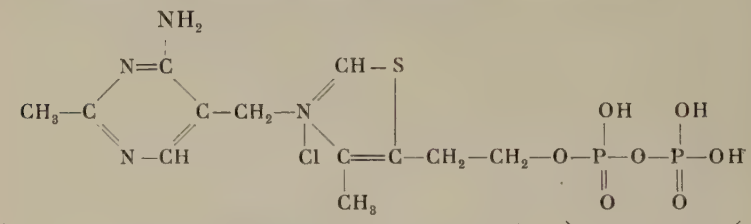
Glycerinaldehydfosforsyrans oxidation har studerats av WARBURG och dennes medarbetare i ett system, bestående av en kristallinisk

protein [ur lebedewsaft], codehydras I, glycerinaldehydfosforsyra och oorganiskt fosfat. Följande reversibla reaktion utspelas:

Codehydras I + glycerinaldehydfosforsyra + oorganiskt fosfat $\rightleftarrows$ $\rightleftarrows$ reducerad codehydras I + 1,3-difosfoglycerinsyra.

Även i detta fall känner man alltså reaktionsmekanismen så ingående, att enzymet kan upptagas i reaktionsformeln. Forskningens mål på detta område är att studera alla delreaktioner vid kolhydratnedbrytningen i renade system. Det innebar därför ett oerhört framsteg, när WARBURG kunde reproducera en av de viktigare delreaktionerna vid glykosens enzymatiska spjälkning i ett system, bestående enbart av kemiskt definierade substanser.

Pyrodruvsyrans dekarboxylering vid jäsningen ombesörjes av enzymet *karboxylas*. Även detta är ett sammansatt äggviteämne med följande prostetiska grupp, benämnd *cokarboxylas*:



Aneurin (vitamin B_1) Pyrofosforsyra

Karboxylasen avspjälkar koldioxid från α-ketosyror [försök 3] och spelar en viktig roll även vid cellandningen. Andningskoldioxiden frigöres under medverkan av detta enzym.

Som framgår av ovanstående formler ingå i codehydras I och cokarboxylas två av B-gruppens vitaminer, *nikotinsyreamid* (= *antipellagrafaktor*) och *aneurin* (= *vitamin* B_1). Om dessa vitaminer tillföras organismen i otillräcklig mängd, kunna cellerna ej uppbygga de för kolhydratomsättningen nödvändiga enzymerna.

Några jäsningskemiska undervisningsförsök, som kunna utföras med enkla hjälpmedel.

För jäsningsförsök med torrjästsystem kan man med fördel använda ett apotekspreparat, *Fervin B*, som utgöres av snabbtorkad bryggerijäst. Jäsningens inträdande demonstreras med följande metodik. En erlenmeyerkolv på 100 ml beskickas med jäsningsblandningen [se nedan] och förslutes med en gummipropp, genom vilken löpa ett cirka 80 cm långt stigrör, som når ned i reaktions-

blandningen, och ett kortare, böjt tryckutjämningsrör, som slutar strax under gummiproppen och kan tillslutas med en bit gummislang jämte klämmare. Denna tillskruvas först sedan gummiproppen isatts. Vid inträdande koldioxidutveckling pressas jäsningsblandningen upp i stigröret. På detta kunna märken göras, vilka visa den ungefärliga volymen av den bildade koldioxiden. Denna kan även omräknas till förbrukad mängd glykos.

Försök 1. *Förjäsning av glykos med torrjäst, fluoridhämning.*

0,1 molar fosfatbuffert [pH 6,2] beredes av 82 delar 0,1 molar KH_2PO_4-lösning och 18 delar 0,1 molar Na_2HPO_4-lösning.

Ansats: Fervin B 5 g, glykos 2,5 g, fosfatbuffert 10 ml, vatten 40 ml. Ansatsen får stå vid rumstemperatur och omskakas då och då.

Induktionsperioden förkortas i närvaro av fruktosdifosforsyra eller acetaldehyd [jfr försök 2].

Tillsats av 5 ml 0,15 molar natriumfluoridlösning hämmar koldioxidutvecklingen fullständigt.

Försök 2. *Verkan av codehydras I.*

20 g Fervin B införas i en hög glascylinder på 500 ml och skakas kraftigt med 200 ml vatten. Efter jästens sedimentering avsuges med pipett så mycket som möjligt av den klara lösningen [ca 20 ml]. Denna innehåller huvudparten av jästens codehydras I och sparas för användning vid försöket [kallas nedan codehydras I-lösning]. Cylindern fylles med vatten och omskakas kraftigt. Sedan jästen fått sjunka till botten, avsuges tvättvattnet [med vattensug] och hälles bort. Tvättningen upprepas tre gånger. Efter sista tvättningen avsuges jästen i büchnertratt. Genom denna behandling avlägsnas codehydras I nästan fullständigt från jästen, medan jäsningssystemet i övrigt är i stort sett oförändrat. Hela tvättningsproceduren bör ej utsträckas över två timmar.

I detta försök är det nödvändigt att utöver de i försök 1 nämnda beståndsdelarna tillsätta även fruktosdifosforsyra och helst även acetaldehyd, varigenom induktionsperioden väsentligt förkortas. En lösning av fruktosdifosforsyra kan på följande sätt beredas av apotekspreparatet *glykofos*, som utgöres av fruktosdifosforsyrans Ca-salt. 5 g glykofos uppslammas i 50 ml vatten och skakas med en mot Ca-halten svarande mängd natriumoxalat [3,22 g], tills allt kalcium omsatts till kalciumoxalatet, vilket tar en tid av flera timmar. Lösningen, som innehåller fruktosesterns natriumsalt, filtreras och neutraliseras till pH 6,0 med ca 4 n HCl [indikator metylrött].

Det som återstår av jästen efter tvättningen med vatten suspenderas i 80 ml av den i försök 1 omnämnda fosfatbufferten. Två ansatser iordningställas i de i förra försöket omnämnda kolvarna. I bägge ingå 40 ml av jästsuspensionen, 2,5 g glykos, 5 ml fruktosdifosforsyrelösning samt 1 ml acetaldehydlösning, 5 %-ig. Till den ena ansatsen sättas 15 ml codehydras I-lösning, till den andra 15 ml vatten. Ansatserna få stå vid rumstemperatur och omskakas emellanåt. Redan efter 20 minuter brukar man kunna se, att ansatsen med codehydras I ligger före i fråga om koldioxidutvecklingen, och efter några timmar har större delen av reaktionsblandningen pressats ut genom stigröret. I ansatsen utan codehydras I befinner sig vid samma tid suspensionen endast några centimeter upp i stigröret. Efter mycket lång tid pressas jäsningsblandningen ut fullständigt även i detta fall, beroende på att codehydras I ej tvättats ut kvantitativt.

Försök 3. *Påvisande av karboxylasverkan.*

Försöket går ut på att visa, hur tillsatt pyrodruvsyra dekarboxyleras av i torrjästen befintlig karboxylas. Samma metodik som i föregående försök kan användas. Stigrörets inre diameter bör i detta fall ej överstiga 2 mm.

1 g pyrodruvsyra neutraliseras med 2n NaOH [ca 5,5 ml erfordras]. Lösningen spädes till 20 ml, varefter pyrodruvsyrans koncentration är ca 0,5 molar.

Ansats: 2 g Fervin B, 30 ml av den förut begagnade fosfatbufferten [se försök 1] samt 2 ml av pyrodruvsyrelösningen.

Dekarboxyleringen inträder snabbt, varför pyrodruvsyran bör tillsättas sist och kolven tillslutas omedelbart efter färdigställandet av reaktionsblandningen. Torrjästpreparat innehålla i allmänhet en viss mängd substrat, som ger upphov till vad man kallar »egenjäsning». Man bör därför helst ha en kontrollansats utan pyrodruvsyra. Under ovannämnda försöksbetingelser brukar reaktionsblandningen med pyrodruvsyra pressas upp ca 70 cm i stigröret på 10 min.

Försök 4. *Glykosens fosforylering.*

Med fosforylering menas enzymatisk förestring av oorganiskt fosfat. Det i jäsningsansatsen i försök 1 ingående oorganiska fosfatet överföres på ganska kort tid i organisk bindning och återfinnes huvudsakligen som fruktosdifosforsyra, om man avbryter försöket vid en lämplig tidpunkt. Halten av oorganiskt fosfat kan bestämmas med hjälp av en kolorimetrisk metod. Följande lösningar erfordras:

A. 30 ml koncentrerad svavelsyra lösta i 70 ml vatten.
B. 10 g ammoniummolybdat lösta i 100 ml vatten.
C. 20 g natriumsulfit + 0,5 g hydrokinon lösta i 100 ml vatten.

En blandning av lika delar av dessa lösningar jämte ortofosfat ger en blå färg, vars styrka under vissa betingelser är direkt proportionell mot fosfathalten. Då skillnaden i fosfathalten och därmed även i färgstyrka är mycket stor i de lösningar, som här skola jämföras, behöver någon kolorimeter ej anlitas. För påvisande av fosfatupptagandet kan följande metodik användas. Samma jäsningsansats som i försök 1 ställes i ordning i en erlenmeyerkolv på 100 ml och omskakas några sekunder, varefter 5 ml omedelbart avpipetteras och nedföras i ett provrör. Den avpipetterade mängden uppvärmes genast till kokning och filtreras. Resten av jäsningsansatsen hålles vid en temperatur av 38°—40° under 30 minuter, varefter ånyo 5 ml avpipetteras och behandlas som föregående prov. 1 ml av de båda filtraten överföres till erlenmeyerkolvar på ca 300 ml och spädes med 120 ml vatten. 10 ml av var och en av lösningarna A, B och C sättas till de båda kolvarna. Tillsatserna böra göras samtidigt, då den blåa färg, som utvecklas i närvaro av fosfat, tilltar i styrka under de första 20 minuterna. Skillnaden i färgstyrka mellan de båda proven är mycket markant.

Dissociationen av dikväve-tetroxid, N_2O_4.

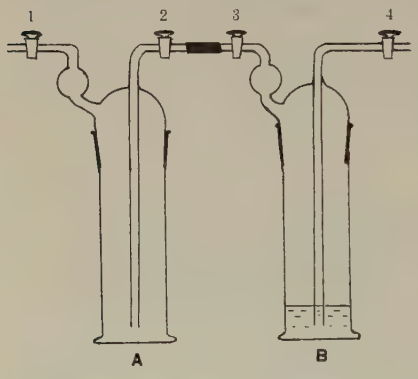
Av lektor G. STARCK, Stockholm.

Man kan naturligtvis försöka bestämma gastätheten av N_2O_4—NO_2 i Victor Meyers apparat, och så till vida får man ju ett resultat, att den ur försöket beräknade molekylvikten tyder på en dissociation. Men förhållandena i V. Meyers apparat äro ju tämligen kaotiska, i varje fall odefinierade, och att beräkna en dissociationsgrad eller dissociationskonstant vore meningslöst. Dessutom erbjuder fyllandet av en ampull med flytande N_2O_4 ganska stora, om också inte oövervinneliga svårigheter.

Det vore ju synnerligen önskvärt att inte bara kunna påstå, att N_2O_4 i gasform är delvis spjälkat utan att även kunna ge ett något så när kvantitativt belägg för riktigheten härav. Att påvisa färgförändringen vid uppvärmning är ju ett lätt försök, som man inte bör försumma, men sambandet med dissociationen blir dock endast en trossats.

Den metod att bestämma kvävetetroxidens dissociationsgrad och spjälkningens jämviktskonstant, som nu skall beskrivas, grundar sig på att oxidens mängd kan bestämmas genom en alkalimetrisk titrering av den syra, som bildas, då gasen löses i vatten. Enligt formeln bildas härvid en ekvimolekylär blandning av salpetersyra och salpetersyrlighet. Om vid närvaro av luft eller syre en del nitritsyra oxideras till salpetersyra, spelar för syratitern ingen roll; 1 mol N_2O_4, vare sig odissocierad eller delvis dissocierad ger 2 mol syra.

Apparaturen består av två vanliga tvättflaskor med väl inslipade proppar och av- och tilloppsrören försedda med kranar, små men goda. Den ena tvättflaskan, A i figuren, tjänstgör som reaktionskärl; den skall hållas vid en viss temperatur och nedsänkes därför så långt som möjligt i ett vattenbad. Den är för ändamålet förtyngd med en 5 cm bred blyremsa lindad några varv kring kroppen. Dess hela volym mellan kranarna skall vara känd; den utgjorde i detta fall 144 ml. Proppen tätas med helt litet vacuumfett.



Den andra tvättflaskan, B i figuren, innehåller ett förråd av flytande N_2O_4, framställt på vanligt sätt genom upphettning av en alldeles torr blandning av blynitrat och sand.

Utom tvättflaskorna behöves en vattensug, ett vattenbad av reaktionskärlets höjd med termometer och omrörare, natronlut och saltsyra av kända koncentrationer, lämpligen 0,25 C.

Apparaturen sammansättes enligt figuren, tvättflaskorna med »glas mot glas». Vattenbadet, vari A är nedsänkt, bör vara på förhand uppvärmt till lämplig temperatur, t. ex. 40°. A förenas med vattensugen, kranen 2 är i början öppen, de övriga stängda.

Genom att skiftesvis öppna och stänga kranarna 1 och 3 kan man ömsom evakuera A, ömsom fylla den med $N_2O_4 + NO_2$. Om detta göres 8—10 gånger, varvid evakueringen varje gång drives så långt, att A blir nästan färglös, kan man tryggt antaga, att luften är borta. Hela proceduren tar några få minuter. Det återstår nu att sätta reaktionsblandningen under atmosfärstryck. Härvid är att märka, att de upprepade förgasningarna av innehållet i B ha sänkt vätskans temperatur, varför det efter den sista fyllningen

av apparaten — med kranarna 1 och 4 stängda, 2 och 3 öppna — råder ett svagt undertryck i A och B. Det gäller att utjämna detta undertryck utan att luft kommer in i A. Till en början kan det vara lämpligt att värma upp B lindrigt genom att någon minut omge den med vatten av 25°. Men det kan icke förty vara riskabelt att därefter öppna kran 1, ty råder fortfarande undertryck, kommer luft in, och hela arbetet måste göras om. Man öppnar i stället kran 4. Den lilla luftkvantitet, som vid ett eventuellt undertryck då suges in, torde inte inträngа i A under den sekund, som kranen behöver stå öppen.

Om temperaturen i vattenbadet en liten stund före denna tryckutjämning har varit konstant, är den första etappen i försöket nådd. Man lösgör nu A (alla kranar stängda) och förbinder den vid 2 medelst en kort och smal slang med avloppsmynningen av en byrett med 0,25 C NaOH, även slangen fylld med NaOH. I reaktionskärlet nedtappas nu en avläst överskottsmängd NaOH, t. ex. 40 ml. Byrettkranen och kran 2 stängas och A lösgöres från byretten. Den lut, som fyller röret utanför kran 2, avlägsnas bäst med en piprensare. Kran 2 öppnas, och de nitrösa gaserna absorberas av luten. När gasrummet är fullständigt färglöst, överför man innehållet i A kvantitativt i en titrerkolv och titrerar tillbaka med HCl. Beräkningen av jämviktskonstanten

$$K_p = p^2_{NO_2} : p_{N_2O_4}$$

kan göras på följande sätt:

Reaktionskärlets volym = 144 ml; temperatur = 343,4° K;
barometer = 758 mm.

Tillsatt mängd NaOH = 40,12 ml (0,25 C),
» » HCl = 15,52 » (»),

Syratiter = 24,60 ml 0,25 C = $61{,}5 \cdot 10^{-4}$ mol $HNO_3 + HNO_2$

$$\therefore\ 2N_2O_4 + NO_2 = 61{,}5 \cdot 10^{-4}.$$

Ur volym (0,144 l), tryck (758 mm) och temperatur (343,4° K) beräknas antalet gasmolekyler:

$$N_2O_4 + NO_2 = 51{,}0 \cdot 10^{-4}.$$

$$\therefore\ N_2O_4 = 10{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ mol},$$

$$NO_2 = 40{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ mol},$$

och $\log K_p = \log RT \cdot \left(\frac{40{,}5 \cdot 10^{-4}}{0{,}144}\right)^2 : \frac{10{,}5 \cdot 10^{-4}}{0{,}144} = +0{,}485.$

I fyra försök erhöllos följande värden på jämviktskonstanten:

t	T	$\log K_p$ obs.	$\log K_p\,(B)$	$\log K_p\,(\triangle F^\circ)$
44,0	317,1	— 0,119	— 0,238	— 0,260
53,0	326,1	+ 0,081	+ 0,012	— 0,010
57,0	330,1	+ 0,127	+ 0,130	+ 0,090
70,3	343,4	+ 0,485	+ 0,477	+ 0,430

$\log K_p(B)$ är beräknad enligt den av Bodenstein angivna formeln

$$\log K_p = -\frac{2692}{T} + 1{,}75 \log T + 4{,}83 \cdot 10^{-3} T - 7{,}144 \cdot 10^{-6} T^2 + 3{,}062.$$

$\log K_p(\triangle F^\circ)$ är beräknad ur ändringen i fri energi.

Den goda överensstämmelsen med två av Bodensteins värden får man nog inte tillmäta någon betydelse. Det väsentliga i försöket är, att en dissociation påvisas och inte bara omtalas. Och dissociationen framgår av skillnaden mellan antalet molekyler syra och antalet gasmolekyler. Härmed kan man låta sig nöja. Först på ett högre stadium (än i första gymnasieringen) kan det måhända vara lämpligt att beräkna en jämviktskonstant, antingen K_c eller K_p.

Till slut vill jag framhålla, att försöket ej utgör något experimentellt belägg för riktigheten av massverkans lag. Härtill skulle fordras en variation av totaltrycket vid konstant temperatur. Det kan göras genom en enkel komplettering av den här använda apparaturen, men försöken härmed äro ännu ej avslutade. Tydligt är, att ett fullständigt försök med detta mål måste ta minst två lektionstimmar i anspråk.

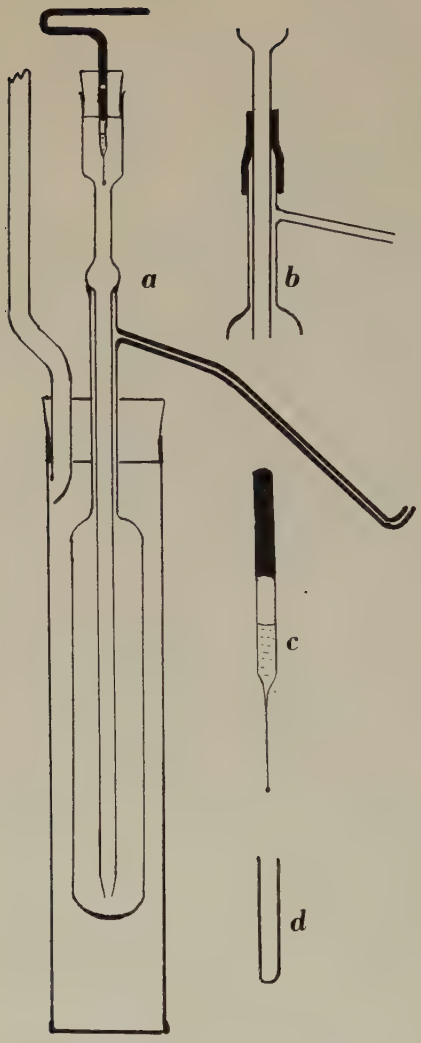
Försök med Victor Meyers apparat.

Av lektor G. STARCK, Stockholm.

I en uppsats i denna tidskrifts 5:e årgång, september 1921, har jag beskrivit en »modifierad apparat för molekylviktsbestämning enligt Victor Meyer». Apparaten var konstruktivt mindre enkel än den traditionella, av Victor Meyer mer än 40 år tidigare angivna och sedan oförändrade. Men den var genom sin mindre höjd och genom vissa konstruktionsdetaljer enklare att arbeta med; den var också mindre bräcklig, emedan mantelröret gjordes av mässing i stället för av glas. Bestämningarna med denna apparat voro snabbt utförda; 4—5 bestämningar i timmen (med i förväg färdigställda ampuller) var det vanliga efter någon träning. De resultat, som redovisades i uppsatsen och som kulminerade i den fundamentalt viktiga bestämningen av vattnets molekylvikt, voro också mycket goda.

Emellertid var apparaten i sitt första skick ganska dyr i tillverkning, särskilt med tanke på dess användning vid laborationer, och jag har också tidigt förenklat den; i denna andra form är den avbildad i Moll-Starcks lärobok för gymnasiet. Den arbetade nu inte fullt så noggrant som förut, i det diffusionen ej blir lika effektivt förhindrad, men den fyllde fortfarande sitt ändamål väl. I detta förenklade skick har apparaten under ett 20-tal år använts vid åtminstone ett av landets gymnasier för årligen upprepade molekylviktsbestämningar som laborationsövning i RI[3] och RI[4]. Resultaten ha varit tillfredsställande.

Inför uppgiften att åstadkomma ett litet antal exemplar av apparaten för så ringa kostnad som möjligt, har jag för andra gången ändrat den ursprungliga och utan att minska dess effektivitet givit den en så enkel form, att var och en med någon liten vana vid glasblåsning bör kunna själv tillverka den. Konstruktionen framgår av figuren där skalan för *a* och *b* är 1 : 4. Apparaten kan tillverkas av lättsmält glas, men bättre och i längden billigare är givetvis pyrex. Två detaljer böra framhållas. Fallröret, dvs. det nästan till cylinderbottnen räckande smala glasröret (diam. 9 mm), som ampullen skall falla igenom och som styr dess fall, skall ovillkorligen vara förträngt längst ned, så att denna förträngning hejdar ampullens fall. Fallröret, inte cylinderbottnen skall upptaga



stöten; bottnen skall endast splittra ampullens spets. Vidare kan fallröret antingen smältas fast vid den yttre delen enligt *a* i fig. eller förenas med den med en ligatur enligt *b*. Det senare är att föredraga. Apparaten blir därigenom lättare att tillverka, fallröret kan inställas på olika höjd och kan, om det går sönder nedtill, lätt uttagas och repareras utan att apparaten i övrigt beröres därav. Slutligen kan fallröret då göras av lättsmält glas, även om den övriga delen göres av pyrex.

Beträffande ampullens tillverkning ha följande påminnelser ingalunda visat sig överflödiga. Dess spets skall utdragas två gånger, första gången vid tillverkningen av råämnet, andra gången före vägningen tom och då bokstavligen hårfint. Det kan icke desto mindre inträffa, särskilt om fallhöjden är liten och ampullen med innehåll lätt, att inte ens denna hårfina spets går sönder vid anslaget mot bottnen. Mot denna malör garderar man sig effektivt genom att förtynga ampullen med en vidsmält glasstav av ungefär samma längd (15 mm) och diameter (5 mm) som denna. Den nya ampullens utseende framgår av *c*. Den väger nu fylld ungefär 1 g. Glasstaven tjänstgör därjämte som handtag, då man fyller eller eljest hanterar ampullen, och underlättar arbetet i hög grad.

Jag anför här några värden, som under läsåret 1947—48 erhållits med den nya apparaten. Några av dem ha erhållits vid laborationsövningar. Den gamla erfarenheten, att en snabb eller nästan våldsam förgasning ger de bästa resultaten, har bekräftats. Badvätskan bör därför ha en kokpunkt avsevärt högre än substansens. Utom vatten ha xylol (134°) och dekalin (194°) använts. Vidare angives, om apparaten har varit luft- eller vätgasfylld. Vätgasen införes bekvämt genom avledningsröret och är naturligtvis obligatorisk för gaser, lättare än luft, men kan vara lämplig även för gaser, obetydligt tyngre än luft.

Ämne	Antal best.	Badvätska kpt.	Luft l. väte	Mol. vikt obs.	Mol. vikt ber.	Diff.
Metanol	4	100°	1 luft 3 väte	32,9 ± 0,13	32,04	+ 2,5 %
Aceton	6	100°	luft	57,5 ± 0,16	58,08	— 1,0 %
Bensol	5	134°	luft	79,8 ± 0,32	78,11	+ 2,2 %
Koltetraklorid	4	100°	1 luft 3 väte	154,2 ± 0,89	153,84	+ 0,26 %
Vatten	9	134°	väte	19,9 ± 0,24	18,02	+10,5 %
»	10	194°	»	18,8 ± 0,17		+ 4,4 %

Apparaten kan liksom de äldre typerna, användas för demonstration, ehuruväl ej för bestämning av »abnorma gastätheter». Det klassiska exemplet är N_2O_4; några oöverkomliga svårigheter att fylla en ampull med flytande N_2O_4 möter man ej, men det är ju förenat med en del besvär. Jag avstår därför från en redogörelse för dessa försök, så mycket hellre som i en följande uppsats en enkel metod att utföra en verklig bestämning av föreningens gastäthet i form av ett lektionsförsök skall anges. Jag skall i dess ställe redogöra för resultat erhållna vid förgasning av ammoniumkarbonat (Bakers analysrena preparat). Apparaten förändrades nu så, att fallröret avtogs ett par cm nedifrån och här rundsmältes utan att sammandragas. Meningen var att behållaren med NH_4-karbonat skulle falla ända ned på bottnen. Denna skyddades av litet torr sand. Behållaren för saltet gjordes av ett smalt glasrör, cirka 20 mm långt, ensidigt slutet enligt detalj *d* i figuren. Röret beskickades med substansen (0,4—0,5 g), som sammanpressades med en smal glasstav; efter vägning fästes röret med saltet i proppen med mynningen uppåt (inåt). Röret blir härigenom effektivt till-

slutet under den tid, som åtgår för temperaturjämviktens inställning, och man behöver ej räkna med någon substansförlust.[1]

Försök utfördes med användning av följande badvätskor: vatten (100°), xylol (134°), dilutin (160—170°), p-cymol (176°), dekalin (194°). Vid ammoniumkarbonatets dissociation bildas två lätta gaser, ammoniak och vatten; apparaten fylldes således med vätgas. Följande resultat erhöllos:

Temperatur	100°	134°	160—170°	176°	194°
Molekylvikt	30,6	28,9	31,9	29,8 (2 förs.)	29,8 (4 förs.)

Förgasningen är fullständig men ganska långsam, varför de erhållna värdena sannolikt äro något för höga. De tyda på en fullständig dissociation redan vid 100°. Preparatets formel är ej bestämd och visar sig i detta sammanhang betydelselös; en fullständig dissociation av ett salt med formeln $(NH_4)_2CO_3$ motsvarar molekylvikten 24.

[1] Vid dessa försök måste fallröret vara löstagbart, för att vågröret skall kunna uttagas efter försöket.

Aktuellt från internationella fysikerunionen.

Av docent ERIK INGELSTAM, Stockholm.

Internationella fysikerunionen, eller fullständigt Internationella unionen för ren och tillämpad fysik (L'Union Internationale de Physique Pure et Appliquée) har existerat sedan år 1923 och var som bekant ganska aktiv under mellankrigsperioden; främst torde fysikerna erinra sig 1934 års allmänna kongress i London och Cambridge.

Det ålåg unionens dåvarande ordförande professor Siegbahn att efter krigsslutet åter börja arbetet. Generalsekreteraren professor Abraham hade på ett tragiskt sätt bortryckts — han bragtes om livet i ett tyskt koncentrationsläger. I hans ställe inträdde professor Ewald. Strax efter nyåret 1947 hölls så i Paris en unionens generalförsamling, som huvudsakligen ägnades åt programdiskussion och nyorganisation.

Fysikerunionens generalförsamling i Amsterdam den 8—10 juli 1948.

Vid parissammanträdet beslöts att en ny generalförsamling, den sjätte, skulle inkallas redan 1948, och på inbjudan av den nyvalde ordföranden professor KRAMERS i Leiden blev den förlagd till Holland. I Amsterdam var alltså i tre dagar samlade inemot femtio företrädare för de till fysikerunionen anslutna länderna och representanter för parallellorganisationer. Som generalsekreterare har sedan i fjol professor FLEURY i Paris verkat. Med sitt livliga intellekt och sin begåvning att organisera sörjde han för, att dagarna väl gick i lås och blev verkligt effektiva. Fyra plenarsammanträden och ett betydligt antal sammanträden med kommittéer fyllde dagarna, och under två av kvällarna fick deltagarna angenäm erfarenhet av de holländska fysikernas förmåga att ordna även andra ting än de fysikaliska på utmärkt sätt.

Från Sverige deltog professorerna BORELIUS, HULTHÉN, som är den svenska nationalkommitténs ordförande, och RUDBERG samt författaren. Vi hade också ärenden till mera fackliga fortsättningar av generalförsamlingen. Under påföljande vecka var nämligen i Amsterdam anordnad en av över 200 personer besökt kongress i metallfysik, i vilken professorerna Borelius och Rudberg deltog, och i Delft samlades en konferens i optik, som professor Hulthén och jag själv bevistade som svenska representanter.

Låt vara, att — som professor Kramers ungefär uttryckte det i sitt hälsningsanförande — det produktiva och utvecklande arbetet inom vetenskapen utföres av enskilda forskare och forskargrupper, som är det vetenskapliga samhällets aktiva celler eller familjer, och att sammanslutningarna, de nationella och internationella organisationerna, aldrig kan bli mera än hjälporgan för dessa cellers liv, så är dock deras funktion stor nog, för att den enskilde fysikern skall ha intresse av vad som just nu göres internationellt inom fysiken. I valet mellan en strikt dokumenterad och punktmässigt avfattad redogörelse inför Elementas läsare eller en mera informell, som med nödvändighet blir mera personligt färgad, föredrog både redaktören och referenten den senare typen. Detta också därför, att de definitiva protokollen ännu inte kommit och att det vore olämpligt att göra icke-auktoriserade översättningar baserade på arbetsmaterial och egna anteckningar.

Av rena organisationsfrågor må nämnas, att fysikerunionens starkaste stöd för närvarande är Unesco genom CIUS (Conseil International des Unions Scientifiques), och även i sak sker åtskilligt samarbete genom dess företrädare monsieur M. ESTABLIER. En intressant diskussion om de tyska fysikernas ställning slöt med

en rekommendation åt exekutivkommittén att individuellt pröva, i vilken mån tyska fysiker skulle inbjudas till konferenser o. d.

Givetvis domineras unionens program av allmänna fysikaliska frågor, sådana som sammanfattningar av aktuella forskningsområden, där en internationell plan bör skapas eller följas, frågor om vetenskaplig information och om nomenklatur. Det är därför helt naturligt, att det i exekutivkommittén utom enskilda forskare med rang och kunnighet sitter företrädare för de stora standardlaboratorierna. Sir Charles Darwin, chef för NPL i Teddington i England, är alltså ledamot, liksom hitintills föreståndaren för Bureau International des Poids et Mesures i Sèvres M. Pérard. Bureau of Standards representeras av Mr. Brickwedde osv.

I några korta sammanträden med en generalförsamling kan ju endast föredras smärre rapporter, och unionens arbete är därför koncentrerat till kommissioner eller studiekommittéer för olika frågor. I Amsterdam arbetade en ny sådan, för enheter och standardmått inom radioaktiviteten, starkt främjad av att Mme Joliot-Curie deltog.

Den av fysikerunionens kommittéer, som har den allra största betydelsen, är den år 1931 bildade kommittén för symboler, enheter och nomenklatur (Commission des Symboles, Unités et Nomenclature), valigen kallad SUN-kommittén. Den har nu återupptagit arbeten på viktiga områden och förelade konferensen åtskilliga förslag. Som vi svenskar deltog i SUN-kommitténs sammanträden under Amsterdamkonferensen, kan jag här lämna några meddelanden utöver de slutliga resolutionerna.

Elementarpartiklar. Av allmänt intresse är, att unionen på förslag av kommissionen för radioaktivitet och SUN-kommittén beslöt att rekommendera benämningarna:

nucleon som sammanfattningsnamn för neutron och proton
positon och *negaton* betecknande de olika slagen av *elektron*
meson för partiklarna med massor mellan elektronens och protonens (nu användes enligt en utredning oftare meson än mesotron, i Frankrike även mesoton).

Värmeenheter. Två enhetsdefinitioner inom värmeläran godkändes. För det första fixeras *joule* som enhet för värmemängd, och det rekommenderas, att resultaten av värmemätningar skall uttryckas i joule. »Om resultaten är beräknade ur en temperaturändring hos vatten och om termen kalori ej kan undvikas, skall reduktionsfaktorn (till joule) och temperaturintervallet angivas.» Detta betyder alltså, att t. ex. sp. värmen skulle angivas icke i cal/g · grad, utan i joule/g · grad, som sedan länge har gjorts i

Pohls värmelära. Här vill jag personligen inte ta ställning till, om en sådan ändring nu bör genomföras i undervisningen.

Det andra beslutet rörande värmeläran har närmast rent teoretisk räckvidd. Det innebär, att den absoluta temperaturskalan skall baseras på endast *en* fixpunkt. Tidigare har det ju varit brukligt att definiera den termodynamiska temperaturskalan genom den dubbla föreskriften att intervallet mellan isens smältpunkt och vattnets kokpunkt i denna skala skall vara exakt 100 grader och vidare att förhållandet mellan dessa båda punkters termodynamiska temperaturer skall vara givet genom den ideala Carnotprocessens värmemängdskvot. Enligt det nya förslaget skall termodynamisk temperatur liksom förut definieras ur Carnotprocessens värmemängdskvot. Storleken av den termodynamiska temperaturgraden blir däremot nu bestämd genom föreskriften, att vattnets tripelpunkt (nära isens smältpunkt) en gång för alla fastställes till ett överenskommet gradtal på den termodynamiska skalan. Tripelpunktens definitiva värde, som sålunda skall ligga obetydligt över 273° K, har dock ännu ej bestämts.

MKS-systemet. Parallellorganisationen International Electrotechnical Commission (IEC) har vid sidan av fysikersamfundet intresse av de elektriska enheterna. SUN-kommittén måste därför i definitionsfrågor samarbeta med eller hålla sig underrättad om denna kommssions verksamhet. Båda kan vara förslagsställare till internationella måttunionen (Comité International des Poids et Mesures) i vad det gäller elektriska enheter.

Den stora frågan var nu uppe om rekommendation av ett internationellt praktiskt enhetssystem. Bakgrunden är framför allt det förhållandet, att förbistringen bland tekniker och olika fack beträffande de mekaniska grundenheterna som bekant är betydande för att ej säga skrämmande, och att MKS-systemet faktiskt har vissa möjligheter att reda upp problemen. Helt nyligen såg jag t. ex. en notis, att internationella luftfartsunionen beslutat att under en tioårig övergångsperiod införa detta system, räkna om tabeller och ändra standard, vilket genomfört kommer att utgöra ett starkt skott mot de engelska och amerikanska icke-metriska systemen. — Vidare har detta system, rekommenderat av IEC, allmänt och definitivt slagit igenom i elektroteknisk litteratur och praxis.

Man beslöt också efter utredning och allsidig diskussion på följande sätt (citatet må här göras ordagrant):

a) Internationella unionen för ren och tillämpad fysik beslutar att föreslå Internationella kommittén för mått och vikt att för internationell användning antaga ett »internationellt praktiskt enhetssystem» och att söka samverkan med andra vetenskapliga

unioner som ha intresse härav. Det föreslås ej, att CGS-systemet, som användes av fysikerna, skall försvinna.

b) Internationella unionen för ren och tillämpad fysik rekommenderar som ett internationellt praktiskt enhetssystem det system som består av meter, kilogram (massa), sekund och en elektrisk enhet inom det praktiska absoluta systemet (vilken i en nära framtid skall fixeras).[1]

c) Kraftenheten i detta system (alltså den kraft som, då den verkar på massan 1 kg, åstadkommer en acceleration av 1 m/s^2) skall benämnas »newton» (förkortning 1 N).

För min personliga del anser jag, att den skepsis mot MKS-systemet, som förekommer bland fysikerna, är något överdriven. Det är i själva verket så nära och så väl anslutet till CGS-systemet, att de pedagogiska skälen mot en användning av båda eller övergång från det ena till det andra är relativt svaga i jämförelse med andra fördelar. Beträffande en definitionsfråga i MKS-systemet, nämligen om vissa magnetiska enheter, anfördes från svensk sida en uppfattning som avviker från ett framlagt nomenklaturförslag[2]; saken bordlades för förnyat övervägande inom SUN-kommittén.

Beteckningar. En tabell över bokstavssymboler för fysikaliska storheter samt deras enheter antogs efter överarbetning, och den ansluter i tillämpliga delar nära till elektroteknikkommissionens. Denna tidskrift kommer att publicera den, när den i slutredigerat skick inom kort offentliggjorts.

Internationella optikkommissionens möte i Delft den 12—17 juli 1948.

Efter ett förberedande sammanträde i Paris på hösten 1946 utformades vid en mindre konferens i Prag i juni 1947 riktlinjerna och arbetsprogrammet för en internationell sammanslutning för främjandet av optiken. Den sanktionerades och välkomnades nu av fysikerunionen som en sådan ansluten kommission (Commission affiliée), som inom unionen kan bildas för relativt stora underavdelningar av fysiken. Den har samma sekretariat som unionen, och dess exakta namn är internationella kommissionen för optik (Commission Internationale d'Optique, CIO). Nationalkommittéer för optik, eller, som här i Sverige, optiska sektioner inom nationalkommittéer för fysik, har hittills bildats i elva länder.

[1] Detta sammanhänger med att IEC ej hade bestämt sig, till vilken av enheterna ampère eller ohm den formella definitionen skulle knytas; i sak har detta val givetvis ingen betydelse.

[2] Se härom en i nästa häfte kommande recension av två arbeten av professor HALLÉN.

Man frågar omedelbart efter en sådan kommissions verksamhetsprogram och framför allt efter dettas avgränsning. Kort sagt skall kommissionen vara ett hjälporgan dels för de konstruerande och grundforskande optikerna och dels för de forskare, som använder optiska instrument. De senare är ju mångfaldiga: astronomer, meteorologer, spektroskopister, medicinare, för att endast nämna några större grupper. Det har klart markerats, att tilllämpningarna av sådana intressenters forskning skall falla utanför kommissionens arbetsområde; så skall t. ex. tydning av spektra ej innefattas, däremot spektrografer, ej heller ögats patologi, däremot ögat som optiskt instrument. Vid sammanträdet i Delft, som var besökt av inemot trettio forskare, fylldes dagarna av föredrag, demonstrationer och diskussioner om hithörande ämnen.

Vid sammanträdet i Prag, i vilket förf. även deltog, hade olika uppdrag anförtrotts åt de olika ländernas nationalkommittéer, vilka nu började redovisas, varförutom man i regel villigt åtog sig nya av samma typ. Några exempel på sådana utrednings- eller studieuppdrag, som går ut på att sammanfatta eller kritiskt bearbeta aktuellt material: Ögat som optiskt instrument; kvalitetsnormer för optiskt glas; diffraktionens betydelse för vissa avbildningsfel; reflekterande och antireflekterande ytbeläggning av glas; spektroskopiska mottagare andra än den fotografiska plåten; behovet av ritsade gitter och tillverkare av sådana. Om den sistnämnda uppgiften rapporterade den svenska nationalkommittén, och en fullständig sammanfattning till spektroskopisters och astronomers tjänst utkommer om någon tid. Det svenska arbetet med att samla denna information ansågs representativt för optikkommissionens arbetssätt i vad avser den informerande verksamheten. De rapporter som CIO hittills givit ut, stencilerade i liten upplaga, måste nog betecknas som alltför undangömda. Nu förebådades bättring, och bl. a. skall det ges sammanfattningar av deras innehåll i Revue d'Optique och i Journal of the Optical Society of America, med anvisning var rapporterna kan erhållas. Av stor nytta var, att representanter från USA var med i Delft.

Eftersom artikeln skulle vara personligt färgad, kan det vara tillåtet att nämna om ett ytterst intressant dagsbesök som optikkonferensen gjorde hos Philips i Eindhoven, koncentrerat till deras imponerande forskningslaboratorier, och vidare ett besök vid fysikinstitutionen i Utrecht, där man bland annat redan samlat och ständigt utvidgar en historisk utställning av optisk apparatur. Det torde räcka med att erinra om att Snellius, Huygens och Amici var holländare. Som de svenskar, som gästat holländska institutioner vet, bedrivs det mycken och god fysik där, och trots många

besvärligheter för närvarande bygger man nytt och planerar än mera. Att förvandla större delen av Zuiderzee till böljande sädesfält av en kvalitet som ställer Skånes i skuggan — man visade oss detta och mycket annat under en generöst upplagd söndagsutfärd — vittnar ju på sitt sätt om att holländarna har både framåtanda och seg energi.

Bokanmälningar.

FREDERICK S. NOWLAN, *College Algebra.* McGraw-Hill Book Company, Inc. New York and London 1947. Pp. 371. $ 3,00.

Boken är enligt förordet avsedd att tillgodose de högskolestuderandes behov av en grundläggande kurs i algebra, på vilken det fortsatta studiet av modern algebra kan bygga. Visserligen ha dessa studenter redan i skolan inhämtat algebrans elementer, men då f. n. många av dem inte ha sysslat med matematik på längre eller kortare tid, i vissa fall flera år, måste de ha tillgång till en repetitionskurs i ämnet. Författaren har därför gjort framställningen av de elementära delarna mera utförlig än vad som är vanligt i en lärobok för detta avancerade stadium. Huvudparten av boken ägnas sålunda åt de delar av algebran, som hos oss genomgås på realgymnasiet. Därutöver behandlas i särskilda kapitel komplexa tal, kombinationslära, sannolikhetsräkning och determinanter, vartill kommer att ekvationsteorien får en fylligare framställning.

Författaren har lagt sig vinn om att framlägga stoffet i en lättfattlig form utan att för den skull i någon mån eftersätta kravet på logisk stringens. Alla nya matematiska begrepp eller termer definieras strängt, när de införas, och deras användning illustreras klart i anslutning därtill. För att öka överskådligheten tryckes varje ny term med fetstil, när den uppträder första gången i texten. Särskilt pregnant framträder den strängt logiska uppbyggnaden i de båda kapitel, där de negativa talen och de komplexa talen införas.

Användningen av de framställda satserna belyses dels av åtskilliga lösta exempel, dels av ett stort antal tillämpningsuppgifter. På inom gymnasiekursen fallande områden torde de i fråga om karaktär eller svårighetsgrad inte nämnvärt skilja sig från problemen i våra vanligen använda läroböcker. *Helge Nordström.*

A. Page, *Algebra.* University of London Press, London 1947. Pp. 346. 18 s. net.

En undertitel på omslaget anger, att boken är skriven närmast för skolornas högsta klasser och för de studerande vid universiteten. Men författaren tänker sig, att den skall kunna bli till nytta även för dem, som studera matematik vid lärareseminarier och tekniska läroanstalter. Den förutsätter, att en elementär kurs i algebra redan är inhämtad, samt för de partier, som falla utanför skolkursen — och dessa upptaga större delen av boken — även vissa grundläggande kunskaper i differential- och integralräkning.

Boken får sin karaktär av författarens strävan att framlägga stoffet på ett sådant sätt, att läsaren skall få en föreställning om matematikens betydelse som redskap för naturvetenskaperna och även för samhällsvetenskaperna. I överensstämmelse med dessa intentioner har läran om serier givits ett mycket stort utrymme med inte mindre än fem kapitel (det som behandlar binomialteoremet inräknat). Vidare har författaren ansett det väl befogat att medtaga ett kapitel om statistik. I anslutning härtill noteras, att en elementär kurs i detta ämne rekommenderats som alternativ för den vanliga matematikkursen i avslutningsklassen i de engelska skolorna.[1] För övrigt behandlas samma områden som i den ovan anmälda boken av Nowlan. I kapitlet om logaritmer diskuteras olika metoder att konstruera en logaritmtabell.

Till slut må framhållas, att boken innehåller en synnerligen rikhaltig samling övningsuppgifter med en mångfald tillämpningar på problem inom fysik, kemi, teknik, ekonomi och medicin. Av det ovan sagda framgår dock, att bara en mindre del därav faller inom området för gymnasiekursen. *Helge Nordström.*

W. V. D. Hodge and D. Pedoe, *Methods of Algebraic Geometry,* Volume I, Cambridge University Press, 1947, Pp. 440, 30 s. net.

Denna första del av arbetet omfattar dels en förberedande Book I, som behandlar lineär algebra och ekvationsalgebra, dels en Book II, som i huvudsak är ägnad åt n-dimensionell projektiv geometri. I en kommande, andra volym är det meningen, att algebraiska mångfalder, d. v. s. algebraisk geometri i mera egentlig bemärkelse, skall behandlas.

Algebran i Book I är axiomatiskt uppbyggd utgående från ring- och kropp-(field-)begreppen. Dess omfång är avpassat efter de tilltänkta geometriska användningarna, varför exempelvis

[1] Report 1945 of the Cambridge Joint Advisory Committee for Mathematics.

»algebrans fundamentalsats» ej bevisats; vad man härvidlag behöver känna till är endast existensen av »Zerfällungskörper» till ett givet polynom, och denna existens bevisas. Begreppet invarianta faktorer till en matris härledes, också med tanke på användningarna, endast för s. k. λ-matriser. Lineär, resp. algebraisk avhängighet behandlas, som sig bör, utförligt och på ett i viss mån nytt framställningssätt. — I Book II införes det projektiva rummet enligt två a priori fristående tillvägagångssätt, i det att ett kapitel ägnas åt en algebraisk, ett annat kapitel åt en syntetisk definition därav. I fortsättningen behandlas Grassmannkoordinater samt kollineationer och korrelationer, varvid algebraiska metoder konsekvent användas.

Det kan här ej bli fråga om någon detaljgranskning av verket, som är tämligen omfångsrikt. Det vidsträckta ämnet synes vara omsorgsfullt genomarbetat och framställningen fyllig — på vissa punkter måhända alltför utförlig, vilket ju kan vara till men för överskådligheten. Boken är ej avsedd för nybörjare inom gebitet. Eftersom den använda axiomatiken är ganska abstrakt, måste man hos läsaren förutsätta en viss elementär kännedom om ämnet. Övningsuppgifter förekomma ej. — De geometriska resonemangen belysas med ett stort antal tydliga figurer. *Stig Comét.*

C. E. Sjöstedt, *Geometri och geometriundervisning.* Skrifter utgivna av SYL, 2. Gleerups förlag, Lund 1948. 59 s., kr. 2:25.

Geometri, »jordmätning», torde ha sin upprinnelse i högst konkreta föreställningar och vardagliga observationer. Den har utvecklats i riktning mot allt strängare logisk fasthet och har samtidigt blivit föremål för abstraktion i flera olika avseenden. Sålunda äro grundbegreppen punkt, rät linje m. fl., liksom också användningen av högre analys på geometriska frågor resultat av abstraktionsprocesser, införandet av »komplexa punkter» (i projektiv geometri) en generalisering som saknar konkret motsvarighet. I samma mån som geometrien så avlägsnar sig från den vardagliga verkligheten, blir det allt svårare men även nödvändigare för dess utövare att inte förlora kontakten med den senare. En grundfråga, som uppställer sig, är den om geometriens kunskapsteoretiska berättigande — med andra ord, är geometrien en fantasiprodukt eller, och i vad mån, finns det en verklighet bakom den?

Frågan torde särskilt aktualiseras för geometrilärare, vilkas uppgift är att på några få år leda sina elever genom en abstraktionsprocess, som för mänskligheten krävt sekler. Det är också i främsta rummet till lärarna förf. vänder sig, då han i ovannämnda arbete diskuterar denna grundfråga. Framställningen är klar och

lättläst, och för sina åsikter lämnar förf. tydliga motiveringar — men medger också, att andra uppfattningar kunna finnas. Trots detta anser jag förf. stundom vara alltför kategorisk i sina omdömen. För att belysa detta vill jag här endast framhålla dennes argumentering för att vårt verkliga rum skulle vara euklidiskt. Såvitt jag kan finna, kan man på det sättet endast komma fram till att vårt rum är »localement euclidien». Huruvida det i sin helhet är euklidiskt eller icke torde få räknas till de öppna frågorna. Även den, som har annan eller mindre deciderad uppfattning än förf., följer emellertid utredningarna med intresse. Det är också fundamentala ting som avhandlas, nämligen geometriens grundbegrepp och de geometriska satserna, enkannerligen axiomen.

I bokens sista avsnitt ger förf. några synpunkter på geometriundervisningen. Dessa anknyta delvis till den föregående diskussionen, varigenom deras berättigande framgår. Därvid tänker jag exempelvis på axiomens roll i skolgeometrien, behovet av deduktiv metodik och i samband därmed anknytningen mellan de på det förberedande stadiet gjorda erfarenheterna och de så småningom nödvändiga abstraktionerna. Ett antal didaktiska råd torde vara värdefulla i synnerhet för en oerfaren lärare — andra påpekanden kunna vara nyttiga även för den mera erfarne, en tankeställare om inte annat; så beträffande kursens omfattning, lärarens roll, åskådningsförfarandets omöjlighet såsom surrogat för bevis, för att nämna några exempel.

Det hör nog till undantagen, att en lärare under sin studietid sysselsätter sig med geometriens kunskapsteoretiska sida. Däremot torde det, som jag inledningsvis framhöll, vara vanligt, att han i sin verksamhet kommer i kontakt därmed. Det bör vara honom en stor hjälp att då vara en smula orienterad. Här anmälda bok syftar just till att ge honom denna orientering. Därför får man hoppas, att den erhåller den spridning den förtjänar.

Stig Comét.

Lois W. Griffiths, *Introduction to the Theory of Equations.* 2nd edition, Wiley & Sons, New York 1947, ix + 278 s., $ 3.50.

Detta är en elementär ekvationslära, som direkt anknyter till skolkursen och utvidgar och fördjupar denna. Förf. går fram långsamt, börjar alltid med ett numeriskt exempel, vilket underkastas samma behandling som det därpå följande generella problemet. Resonemangen äro minutiöst noggranna, och med beundransvärd träffsäkerhet gör förf. överallt just de påpekanden som hindra läsaren att (ens för ett ögonblick) gå vilse. Läsaren har egentligen

ingenting annat att göra än att följa med i texten, rätta sig efter anvisningarna och lösa övningsexemplen, så lär han sig säkert ekvationsläran. En utmärkt bok alltså, om det gäller att snabbt och effektivt inhämta denna del av matematikkursen, — men en tråkig bok för den, som vid sina studier själv vill göra en del av arbetet, även med risk att då och då göra fel. — Slutligen må anges innehållets omfång: Enhetsrötter (de Moivres teorem), tredje- och fjärdegradsekvationen, polynoms faktorer och multipelrötter, beräkning av reella rötter (Horners metod), determinanter och fullständig diskussion av lineära ekvationssystem, några sidor om talpar såsom representerande komplexa tal, fundamentalsatsen om symmetriska polynom. Som synes finns här lämpliga ämnen för enskilt arbete åt gymnasister; bokens stora pedagogiska förtjänster gör den utmärkt lämpad som handledning för sådant ändamål.

Stig Comét.

C. E. Weatherburn, *A First Course in Mathematical Statistics.* Cambridge University Press 1946, Pp. 271, 15 s.

Det är en trivial sanning, att man inte bör sätta ett sinnrikt redskap i handen på en person utan att visa honom, när, var och hur han skall begagna det. Och skall han allt framgent reda sig på egen hand med det, är det nog nödvändigt att även visa, hur det ser ut inuti och förklara, varför det konstruerats så och så.

När det gällt att presentera de förfinade matematisk-statistiska metoder, som numera stå till vetenskapens och samhällets förfogande, har det ofta syndats grovt mot dessa båda enkla regler. Läroboken i statistik är alltför ofta antingen en handbok för den som skall tillverka redskapet eller en bruksanvisning för den som skall begagna det. På många tillämpningsområden är en sådan uppdelning skadlig eller direkt omöjlig att upprätthålla.

Den som sysslar med avancerad matematisk statistik i praktiken bör ha en utbildning som går från grunden: den bör omfatta axiomatiskt uppbyggd sannolikhetsteori, matematisk statistik i egentlig mening samt praktisk statistik (numerisk räkning, planläggning av experiment, m. m.). Att ett och samma arbete icke kan uttömmande behandla allt detta är självklart, men det är önskvärt att läroboksförfattaren skriver sin bok med detta större sammanhang för ögonen.

Det arbete, som givit anledning till dessa reflexioner, är avsett att ge den som studerar naturvetenskap, ekonomi och psykologi en matematisk beskrivning av de statistiska metoderna. Innehållet är det numera vanliga: de klassiska fördelningarna, korrelation och regression, modern sampling-teori, varians- och kovarians-

analys. Ett kapitel har ägnats åt beta- och gamma-fördelningarna, vilket möjliggjort en delvis ny och mycket tilltalande härledning av sampling-fördelningarna.

Som introduktion i den matematiska statistiken är boken utmärkt för den som behärskar tvåbetygskursen i matematik. De synpunkter på utbildningen av statistiker som ovan framförts ha emellertid föga beaktats. En allvarlig invändning måste särskilt trots författarens reservationer i förordet riktas mot den summariska behandlingen av det som ovan angivits som statistikerns första utbildningsområde: sannolikhetsteorien. Det måste anses olämpligt att som här skett förbigå den moderna utvecklingen. I detta sammanhang borde även den för det praktiska arbetet fundamentala frågan om teoriens förhållande till verkligheten ha diskuterats.

Den kategori studerande, som boken riktar sig till, bör lämpligen komplettera Weatherburns bok med en kurs i sannolikhetskalkyl samt något mera praktiskt betonat arbete. För matematiker, som önska en översikt över statistikens nya landvinningar, kan boken utan reservationer rekommenderas. *Gunnar Blom.*

Eugene P. Northrop, *Riddles in Mathematics.* A Book of Paradoxes. Van Nostrand Co., New York 1945, Pp. 262, kr. 14:20.

En matematiker är ett gott exempel på Huizinga's *Homo ludens*, den lekande människan — även om han själv inte alltid erkänner det. Tager han med sig ovanstående bok som semesterlektyr, går det kanske lättare.

Northrop är en förträfflig lekledare för intelligent folk — med eller utan matematiska kunskaper. Delvis beror det på hans goda amerikanska humör, delvis på hans förmåga att servera både enkla gåtor och stora paradoxer medryckande och åskådligt. Ordet paradox har i boken fått en mycket vid mening. En paradox är något gåtfullt rätt och slätt; om det sedan är den okunnige eleven, som »tappar minustecknet» och grubblar över resultatet, eller topologen, som förbryllas av fyrfärgsproblemet, är alldeles likgiltigt.

Denna liberala princip har gjort innehållet ganska brokigt. Man finner sålunda aritmetiska och geometriska paradoxer, tankenötter av outslitlig typ (tänk på ett tal etc.), sannolikhetsproblem och släktledningshistorier (this man's father is my father's son etc.). Ett kapitel inpräglar »elfte budet» (Thou shalt not divide by zero), ett annat — i anmälarens tycke ett av de trevligaste — har titeln Paradoxes of the Infinite. Där diskuteras med stor pedagogisk framgång så pass avancerade ting som oändliga serier, »patologiska» kurvor och transfinita ordningstyper. Det lilla avsnittet

om logiska paradoxer och deras sammanhang med diskussionen om matematikens grunder är en pärla av vad man är frestad att kalla matematisk essaykonst.

En stimulerande bok, som bör roa gymnasister och professorer lika mycket. Paradoxalt nog.

Gunnar Blom.

O. Lindstad, *Veiledning i mekanikk.* Norsk Lektorlags faglig-pedagogiske skrifter Nr 1, Oslo 1946, kr. 2:—; erhålles genom Norsk Lektorlag, Kristian Augustgade 19, Oslo.

Detta arbete är avsett att vara till hjälp för lärare, som icke ha mekanik som examensämne, men vid fysikundervisningen på gymnasiet vilja bygga sin undervisning på bredare grund än elevernas läroböcker. Att ett sådant arbete verkligen fyller en uppgift, är undertecknad gärna beredd att instämma i. Mina egna erfarenheter både som examinator vid kompletteringsprövningar i fysik och som mekaniklärare vid Chalmers tekniska högskola visa, att just i mekanik en verklig förståelse saknas i rätt stor utsträckning hos våra nyblivna studenter. Jag vill lämna därhän, om detta beror på tidknapphet, på läraren, på Skolöverstyrelsens formelsamling, tack vare vilken det är möjligt att även utan verklig förståelse för mekanik knåpa ihop lösningar till enklare studentproblem eller på andra omständigheter.

Vid närmare studium av arbetet måste man medgiva, att förf. lyckats mycket bra med sin avsikt att giva en sammanhängande och fördjupad inblick i mekanikens grunder. Han klarlägger på ett åskådligt sätt begreppen centripetal- och centrifugalkraft samt inre och yttre krafter och utreder satsen om tyngdpunktens rörelse. Med energiprincipen som utgångspunkt behandlas några enkla, men karakteristiska problem. Exemplet om det rullande klotet är mycket lärorikt för den, som med pennan i handen följer författarens räkningar. Ett annat exempel: »Mannen på den roterande skivan», vilken reglerar rotationshastigheten genom lämpliga armrörelser, förtjänar också att omnämnas. Även om man har möjlighet att demonstrera försöket med en skiva och levande modell, så händer det gång på gång, att eleverna förväxla olika begrepp, om man icke reder ut problemet ordentligt för dem. På ett åskådligt och matematiskt enkelt sätt klargör förf. här skillnaden mellan rörelseenergi och rörelsemängdsmoment och visar, hur de inre krafterna mycket väl kunna uträtta arbete och ändra rörelseenergien, utan att därigenom rörelsemängdens moment behöver ändras. Även friktionsproblemen behandlas utförligt och instruktivt. Överhuvud taget är det förvånansvärt, hur förf. i en

så snäv ram som 46 maskinskrivna sidor lyckats pressa in så många väl behandlade kapitel om mekanikens grunder.

Emellertid borde förf. för fullständighetens skull ha berört ytterligare två frågor. Han borde, åtminstone i en not, ha omnämnt de olika enhetssystemen för kraft och massa och helst genom något *sifferexempel* tvingat vederbörande att riktigt sätta sig in i denna fråga, så viktig för alla, som ämna använda mekaniken för praktiska ändamål. Dessutom kunde han medtagit något exempel på en i en elastisk fjäder upphängd massa, som svänger under tyngdkraftens inverkan. Även detta borde ha belysts med ett sifferexempel. Erfarenheten har nämligen lärt undertecknad, att en mekaniklärare aldrig kan vara säker på, att eleverna begripa mekaniken riktigt, förrän de kunna åstadkomma riktiga sifferresultat.

Till slut vill jag varmt rekommendera det föreliggande arbetet till alla, som äro intresserade av mekanikundervisning. Sedan man väl vant sig vid den för svenska ögon främmande stavningen av så invanda begrepp som t. ex. sentrifugal, glömmer man alldeles bort, att det är norska, man läser. Jag kan därför också rekommendera boken som enskilt arbete för elever, som vilja fördjupa sig mera i mekanik, än vad som medhinnes i skolan.

Fritz Kiessling.

Karl D. Wood, *Technical Aerodynamics.* New York and London 1947. McGraw-Hill Book Company, Inc. Pp. 472, $ 5.50.

Denna bok vänder sig främst till de studerande inom flygtekniken, som äro mogna att omsätta sina kunskaper till praktiska konstruktioner.

Ehuru de mera delikata flygtekniska spörsmålen ej medtagits i större utsträckning och kanske just därför, har denna bok genom sin utomordentligt rediga uppställning och sina väl valda och rikligt förekommande exempel tagna ur verkligheten, blivit ett värdefullt komplement, som kan rekommenderas alla blivande flygteknici.

Åke Hjertstrand.

Hans W. Liepmann and Allen E. Puckett, *Introduction to Aerodynamics of a Compressible Fluid.* New York 1947. John Wiley & Sons, Inc. Pp. 262, $ 4.00.

Föreliggande bok utgör en sammanfattning av de problem, som beröra den numera högaktuella strömningsmekaniken inom de höghastighetsområden, där gasers kompressibilitet är avgörande för förloppen.

Först behandlas på klassiskt sätt den endimensionella strömningen tämligen fullständigt, varefter mera komplicerade två- och tredimensionella förlopp tagas upp till behandling, varvid dock vissa förenklingar i antagandena göras, såsom att friktion och stötvågor försummas.

Författarnas avsikt har synbarligen varit att i en bok få med allt det väsentliga för den som snabbt söker sätta sig in i gasdynamiken i ett kompressibelt medium. Därvid ha de kapitel, som behandla de grundläggande fenomenen blivit väl summariskt behandlade. Det torde ha varit bättre, om författarna begränsat sig till att inom sin f. ö. mycket klara disposition behandla de delar av kompressibla förlopp, som äro genomarbetade såväl teoretiskt som praktiskt och även bifogat exempel, samt sparat det övriga till en annan bok.

Såsom framgår av författarnas egen introduktion skall boken endast vara en stomme för amerikanska studerande att bygga vidare på. För svenska förhållanden torde dess största värde ligga i litteraturanvisningarna. *Åke Hjertstrand.*

THE ELECTRONICS TRAINING STAFF OF THE CRUFT LABORATORY, *Electronic Circuits and Tubes.* McGraw-Hill Book Company, Inc., New York and London 1947, Pp. 948, $ 7.50.

RONOLD W. P. KING - HARRY ROWE MIMNO - ALEXANDER H. WING, *Transmission Lines, Antennas and Wave Guides.* McGraw-Hill Book Company, Inc., New York and London 1945, Pp. 347, $ 3.50.

Dessa bägge böcker utgöra bearbetningar av kompendier, som användes under kriget vid Harvard University (U. S. A.) vid kurserna i elektricitetslära, elektronik och högfrekvensteknik för blivande radarofficerare. Kursdeltagarna voro i allmänhet ingenjörer eller folk med motsvarande förkunskaper. Kurserna upprepades ett trettiotal gånger; de höllos av föreläsare, som voro särskilt utvalda med hänsyn till pedagogisk skicklighet, och då dessa hade att meddela grundlig utbildning på kortast möjliga tid, inses att de nämnda böckernas pedagogiska förtjänster äro avsevärda.

De båda böckerna äro att betrakta som *en* lärobok i två volymer, men de kunna läsas oberoende av varandra.

Rec. vill särskilt rekommendera den förstnämnda volymen, som behandlar grundläggande växelströmslära, kretsteori och elektronrörsteori med tillämpningar på förstärkarteknik, likriktarteknik, signalanalys, modulationsteknik, mätteknik, etc. Åtskilligt icke tidigare publicerat material är medtaget, och flera kursmoment äro behandlade med ur pedagogisk synpunkt nytt grepp.

Med hänsyn till de elektroniska metodernas växande betydelse inom fysikalisk forskning vill rec. ifrågasätta, om inte valda delar av detta utomordentliga arbete borde ingå i kursen för två betyg i fysik vid våra universitet.

Den sistnämnda boken, som behandlar huvudsakligen ultrahögfrekvensteknik, publicerades av olika skäl tidigare än »Electronic Circuits and Tubes». Rec. är nu inte benägen att rekommendera den, emedan den inte längre är up to date och dessutom, pedagogiskt sett, inte kan mäta sig med flera av de nyare arbetena inom den ständigt växande litteraturen på ultrahögfrekvensområdet.

I bägge böckerna användes det rationaliserade mks-systemet.

Torsten Jönsson.

R. K. Sas-F. B. Pidduck, *The Metre-Kilogram-Second System of Electrical Units.* Methuen's Monographs on Physical Subjects. Methuen & Co. Ltd., London 1947, Pp. 60, 4s. net.

Giorgisystemet är nu på frammarsch även i England. Det synes dominera den nyare elektrotekniska litteraturen. Flertalet rena fysiker håller fortfarande fast vid cgs-systemet, men antalet anhängare av mks-systemet synes öka.

Den nämnda lilla boken är en spirituellt och skickligt skriven propagandaskrift. Framställningen belyses av en mångfald exempel och avslutas med en sammanställning av de viktigaste formlerna inom elektricitetsläran.

Sas är professor i elektroteknik vid universitetet i Kaapstad; han har tidigare varit demonstrator (ung. = laborator) i fysik vid universitetet i Oxford. Pidduck är f. d. demonstrator i fysik, numera lärare i tillämpad matematik och teoretisk elektricitetslära i Oxford; han har förut utgivit *Treatise on Electricity* (2nd Ed., Cambridge 1928), *Lectures on the Mathematical Theory of Electricity* (Oxford 1937), *Currents in Aerials and High-Frequency Networks* (Oxford 1946).

Torsten Jönsson.

Willy Ley, *Rockets and Space Travel,* Viking Press, New York 1947, Pp. 374, $ 3.75.

Förf., numera anställd vid Washington Institute of Technology, var före 1935 vice president för det tyska raketsällskapet, som bildades 1930.

Han har tydligen följt den moderna raketforskningen från begynnelsen. Hans omfattande och underhållande historik alltifrån »de gamla grekerna» blir alltmer spännande, ju mer den framskrider. Ett kapitel ägnas den meteorologiska raketen, ett annat

»Peenemünde». I de sista kapitlen »The Spaceship» och »Terminal in Space» är förf. riktigt i sitt esse och diskuterar alla tänkbara detaljer i samband med den framtida världsrymdstrafiken, som förf. obetingat tror på. Ett appendix innehåller utom några mera elementära matematiska formler mångfaldiga data och tabeller över bl. a. resultaten av olika detaljberäkningar, särskilt beträffande den viktiga masskvoten. Boken illustreras av 14 foton och 49 teckningar.

En del påståenden synas väl optimistiska, men å andra sidan behandlas stundom med onödig utförlighet mycket minimala risker, t. ex. kollision med meteoriter. Förf. synes icke alltid ha följt den nyare astronomiska forskningen, såsom då han talar om den rikliga förekomsten av vatten på Mars och Venus. Boken måste likväl betecknas såsom mycket intresseväckande och värdefull.

C. Lönnqvist.

Herbert S. Zim, *Rockets and Jets*, Harcourt, Brace and Co., New York 1945, 326 sid., kr. 12: —.

Boken behandlar icke endast raketproblemet utan också, som titeln anger, reaktionsdriften. Den elementära framställningen är tillrättalagd för en bredare publik. Efter en historik ägnas större delen av utrymmet åt de militära tillämpningarna. Endast en mindre del behandlar det interplanetariska raketproblemet, och detta med mindre optimism än Ley i ovan anmälda bok. — Förf. är tydligen icke fackman på det matematiskt-mekaniska området. Det visar hans kompletta misstag i kap. XVII, där han påstår, att världsrymdsraketens bromsning vid återfärden genom upprepade passager genom jordens atmosfär skulle vara framkallad av gravitationen, ett misstag som icke endast förekommer i texten (sid. 237) utan också fastslås med stora bokstäver på bilden sid. 235. Ett annat principiellt misstag gäller läget av den punkt där jordens och månens dragningskraft väga jämt och denna punkts påstådda förskjutning allt efter solens läge.

Man kan mycket väl rekommendera boken till intresserad ungdom, även på skolans mellanstadium. Men man bör då inte underlåta att påpeka felen.

C. Lönnqvist.

J. B. Rosser, R. R. Newton, G. L. Gross, *Mathematical Theory of Rocket Flight*, McGraw-Hill Book Co., New York and London 1947, Pp. 276, 22 s. 6 d.

Denna bok har rent vetenskaplig karaktär. Den är i själva verket en rapport från The National Defence Research Committee vid

Allegany Ballistics Laboratory. Den behandlar icke världsrymdsraketen utan ger en detaljerad matematisk behandling av en vanlig rakets bana genom atmosfären. Det räknas i regel med en ordinär raket av små dimensioner. Beräkningarna gå i detalj in på de invecklade komplikationer som betingas av att i den sneda banan raketens längdaxel bildar vinkel med banan, varigenom dels luftmotståndet ändras, dels en pendlande rörelse kommer till stånd. Det är denna raketens »yawing» jämte eventuellt »spin» som boken väsentligen handlar om.

Av mera allmänt intresse är första kapitlet med dess härledningar och förklaringar av de grundläggande formlerna. I kap. V ges ett stort antal integreringsformler, som kunna komma till användning även i andra sammanhang. *C. Lönnqvist.*

A. E. Bell, *Christian Huygens and the Development of Science in the Seventeenth Century.* London, E. Arnold, 1947, Pp. 220 med 61 bilder och 7 pl., 18 s. net.

Huygens fader och Descartes hade varit personliga vänner. — Christian H., som tidigt insupit D:s idéer, hade sedermera svårt att frigöra sig från dem, — idéer, som han både beundrade och bekämpade. — Den 60-årige H. startade kl. 7 en julimorgon 1689 en resa i diligens från Cambridge till London och fick som reskamrat den 47-årige Newton.

Dessa tre små notiser liksom symbolisera en del av bakgrunden till 1600-talets fysik. Descartes' anseende var stort — och han var ingen vän av empirisk forskning. Han ansåg, att man borde logiskt spekulera sig fram inom fysiken, liksom man kunde göra inom analytisk geometri, man borde teoretiskt härleda den ena satsen efter den andra. Vi veta vilket hämmande inflytande han därigenom utövade i det långa loppet. (Em. Svedenborg blev ju en av hans lärjungar och underkände Newton, som han aldrig begrep.) Men C. Huygens höll kontakt med både Descartes och Newton och blev en självständig föregångsman av stora mått inom vetenskapen.

Föreliggande monografi berättar utförligt om H:s liv och tankevärld, hans relation till samtida forskare, hans upptäckter och uppfinningar. Berömda äro H:s undersökningar rörande stöt mellan elastiska kroppar, centrifugalkraften, pendeluret, ljusets brytning och natur. H:s berömda vågteori för ljuset var baserad på hans betraktelser över elastiska stötar, i detta fall mellan eterpartiklar, och dessa senare lånade han från Descartes. Hans studier över cykloiden och dess användning på pendeluret för att giva

pendeln isokrona svängningar, oberoende av amplituden, äro beundransvärda. Hans astronomiska upptäckter — bl. a. Saturnus' ring och en måne — äro av grundläggande art.

Boken avslutas med en kort presentation av 17 i boken nämnda personer, som varit av betydelse för vetenskapens utveckling utan att de därför varit förgrundsgestalter, och som därför kanske äro föga bekanta för de flesta läsare. Denna praktiska åtgärd av förf. är föredömlig för historiska monografier av föreliggande slag. Samma omdöme må även gälla boken som helhet betraktad.

J. Tandberg.

O. R. Frisch, *Meet the Atoms. A popular guide to modern physics.* Sigma books, Ltd., London 1947, 226 s., inb. kr. 11:25.

Hur avslöjas atomernas hemligheter, och hur skall man berätta om dem, så att en intresserad lekman i någon mån kan förstå vad det är fråga om? Dessa frågor besvaras antagligen bäst av en person, som dels är fackman i ordets verkliga mening och dels har förmåga att tala om för andra vad han vet. Det råder icke något tvivel om att förf. besitter båda dessa egenskaper. Han har verkligen gjort sig stor möda att sätta sig in i läsarens möjligheter att följa med utvecklingen inom ett område, som för de flesta människor är mycket svårtillgängligt, och han leder läsaren in i atomens mysterier så långt som man rimligen kan begära i en bok, som är avsedd att vara populär.

Efter ett förord av Lise Meitner följer en beskrivning av elementarpartiklar och metoder för mätning av deras massa och laddning, vågrörelser, kristallers egenskaper samt vissa grundläggande kemiska egenskaper hos grundämnena. Därpå följer ljusets dubbelnatur, isotoper, radioaktiva atomer, atomkärnornas egenskaper, materia och vågor, massa och energi, kärnomvandlingar, den mystiska främlingen — neutrinon och till slut ett kapitel om atomenergiens användning för fredliga ändamål. För de läsare, som ha svårt att »förstå» vissa delar av atomfysiken, har förf. ett tröstens ord: »If you still don't understand it, perhaps it may be a consolation to you that very few physicists can claim to understand it fully, and that I am not one of them.»

B. Grundström.

V. Pedersen, *Vejledninger til fysiske og kemiske Øvelser.* Med Noteringsplaner i særligt Hæfte. Jydsk Centraltrykkeri A/S Aarhus 1947. 64 s., 5 kr + 2 kr.

Denna första del av en samling handledningar till experiment i fysik och kemi omfattar 15 vanliga experiment i värmelära, 14 i

kemi och 4 i optik. Den är avsedd att följas av en andra del: elektricitet, mekanik, utvidgad optik och kemi. Uppdelningen beror antagligen på kursplanerna vid Aarhus Katedralskole. De 33 försöken illustreras av 31 goda figurer. Handledningarna äro mycket detaljerade. »Noteringsplanerne» bestå av tabeller, vilka äro så utförliga, att förf. råder eleverna att i redogörelserna förkorta dem. — Förf. söker få laboranterna att göra enkla undersökningar av resultatens noggrannhet. Det är ett värdefullt inslag i boken. Dessa undersökningar lämpa sig mycket bra för vårt gymnasium.

B. Pettersson.

Demonstrationer och laborationer i kemi. Demonstrationer och laborationer i fysik. Modern auxinforskning. Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning. Pedagogisk skriftserie nr 5. 64 sid., kr. 3:—.

I januari 1948 hade Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning anordnat en visning av demonstrationer och laborationsförsök på Stockholms högskola. I nr 5 av föreningens skriftserie finnas redogörelser för dessa försök, författade av de personer, som förevisade resp. anordningar. Här beskrivas således dels större experiment från områden, som nu äro föremål för vetenskapliga undersökningar vid Högskolan, dels försök, som ha samband med undervisning. Bland dessa skall jag här särskilt nämna några, som jag tror äro av intresse för skolorna.

Den kvalitativa »*halvmikroanalysen*», som på grund av de minimala provmängderna utföres med en speciell, mycket nätt utrustning (mikropipetter osv.) kan i många fall ersätta den vanliga analysen och därmed spara mycket kemikalier. Med *jonbytare* (numera handelsvara) kan man göra många vackra försök och också vinna förenkling av analysgången. — Bland *reaktionerna* vill jag framhålla den enkla indigosyntesen, trifenylmetylförsöket och den roliga men omständliga klockreaktionen mellan jodat och sulfit. Det enkla provet på etylén är bra, men varför tas jodoformprovet med? Utförandet torde vara bekant förut, och de sex konsekutiva reaktioner, som följa som förklaring äro inte något lyckat exempel på att redoxprocesser enligt i skriften uttalad mening bäst skrivas som elektronbyten.

I fysikavdelningen har den enkla *trerörs-radioapparaten*, som kan sammanplockas på bordet av lösa delar, tilltalat mig, likaså försöken att visa belysningslagen med *fotoelement* samt de enkla men värdefulla experimenten över *linsers avbildningsfel*. Många nyare frågor ur fysiken och den fysikaliska kemien behandlas i artiklar av fackmän.

Häftets senare del utgöres av en mycket läsvärd uppsats av doc. G. Borgström om auxinforskningen, alltså ett högaktuellt växtfysiologiskt ämne. År 1935 kände botanisterna tre ämnen, som aktiverade tillväxten, auxin A och B samt heteroauxin. Nu känner man flera hundra sådana *tillväxthormoner*, och de mest effektiva ha framställts syntetiskt, bland dem den omtalade 2-4-diklorfenoxi-ättiksyran, kallad 2-4-D. Ordet auxin betyder ej längre en bestämd kemisk förening utan betecknar allmänt ett ämne med tillväxtaktiva egenskaper. Om en lämplig pasta, som innehåller auxin i ringa mängd, strykes på t. ex. stammen av en växt, går auxin in i vävnaden och framkallar en lokal ökning av tillväxten. Rotslagning, celldelning, utbildning av nya organ osv. kunna regleras med ytterligt små doser av specifikt verkande ämnen. Man har också funnit hämningshormoner, som t. ex. försena knoppsprickningen, och vidare ämnen, som användas vid ogräsbekämpning, ja även sådana, som förstöra växande gröda. Auxinernas betydelse som militärt vapen är säkert värd vår uppmärksamhet.

Bertil Englund.

Bonniers Konversationslexikon, Bd XIII. Stockholm 1948.

Bandet omfattar *Sudor-Ukele*, upptager 1640 spalter och är illustrerat med 587 textbilder och 25 bilagor. Bland naturvetenskapliga artiklar av intresse må nämnas: Svavel, The Svedberg, Sällsynta jordmetaller, Tallium, Talteori, Telefoni och Telegrafi jämte Television (utförliga och välskrivna), Tellur, Tenn, Termodynamik, Termoelektricitet, Termometer, Terpener, Tetralin (»i motsats till andra halogenhaltiga lösningsmedel ...»; vätskan är ett *kolväte* och *icke halogenhaltigt*), Thomson, Tid, Titan, Topas (formeln: $(F, OH)_2Al_2SO_4$ är klar för en mineralog men ej för allmänheten), Torium, Transformator, Trigonometri. Uppgiften i artikeln Tröghetscirkel, att »på vår jord blir vid 60° bredd $r = 16$ km för $v = 1$ m/s» är oriktig; om en kula kastas på ett friktionsfritt underlag med en hastighet $v = 1$ m/s, blir tröghetscirkelns radie $r = v/2\omega \sin \varphi = 7918$ m eller ca 8 km, när $\omega = 2\pi/86\,164\ s^{-1}$ och $\varphi = 60°$.

De fel i tidigare band, som på sin tid påpekats i Elementa, ha tyvärr blott i ett fåtal fall noterats i »Rättelser och tillägg». Av dessa rättelser är en oriktig. Den lyder: »Bd IX sp. 13 rad 20—21 uppifrån. Framställningen av kapselpumpen avser ...» Den bör rätteligen lyda: »... rad 17 nedifrån. Framställningen av molekylarpumpen avser ...»

J. Tandberg.

JEAN GOVAERTS, *La Méthode des Isotopes en Chimie.* Masson & Cie, Editeurs, Paris 1947. 68 s., pb kr. 6:—.

Den belgiske författaren har i femton korta kapitel givit en sammanträngd och innehållsrik men samtidigt lättläst framställning av den redan mycket mångsidiga användningen av isotoper vid studiet av kemiska och biokemiska reaktioner och dess förutsättningar. Rekommenderas livligt. *G. Starck.*

Recensenter i detta häfte: fil. kand. G. BLOM, Stockholm; byrådirektör S. COMÉT, Stockholm; lektor B. ENGLUND, Uppsala; lektor B. GRUNDSTRÖM, Djursholm; civilingenjör Å. HJERTSTRAND, Stockholm; lektor T. JÖNSSON, Stockholm; lektor F. KIESSLING, Göteborg; lektor C. LÖNNQVIST, Södertälje; lektor H. NORDSTRÖM, Stockholm; läroverksadjunkt B. PETTERSSON, Borås; lektor G. STARCK, Stockholm; professor J. TANDBERG, Stockholm.

Gradualavhandlingar.[1]

G. O. THORIN, *Convexity Theorems Generalizing those of M. Riesz and Hadamard with some Applications.* Medd. fr. Lunds Univ. Mat. Sem., band 9, 58 s. Disputation i Lund den 22 maj 1948. Opponenter: docent O. FROSTMAN och förste assistenten C. HYLTÉN-CAVALLIUS.

En av professor M. Riesz år 1927 publicerad konvexitetssats utsäger:

I. Om $M(\alpha, \beta)$ betecknar maximum av absoluta beloppet av en godtycklig given komplex bilinearform

$$\sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{n} a_{jk} x_j y_k,$$

när de komplexa variablerna (x_j, y_k) äro underkastade bivillkoren

$$\sum_{j=1}^{m} |x_j|^{\frac{1}{\alpha}} \leq 1, \quad \sum_{k=1}^{n} |y_k|^{\frac{1}{\beta}} \leq 1,$$

så är $\log M(\alpha, \beta)$ en konvex funktion av (α, β) i triangeln $\alpha + \beta \geq 1$, $\alpha \leq 1$, $\beta \leq 1$.

[1] När ej annorlunda anges, är referatet av vederbörande förf:s egen hand.

II. Satsen förblir riktig om såväl koefficienterna som variablerna i den givna bilinearformen äro reella.

Professor Riesz' bevis byggde på Hölders bekanta olikhet. I föreliggande avhandling angripes nu fall I med en helt annan metod, varigenom avsevärda generaliseringar kunna erhållas. Sätt

$$x_j = \mu_j^{\alpha} e^{i\varphi_j}, \ (\mu_j \geq 0, \ \varphi_j \text{ reell}), \ j = 1, \ldots m,$$
$$y_k = \nu_k^{\beta} e^{i\psi_k},$$
$$(\nu_k \geq 0, \ \psi_k \text{ reell}), \ k = 1, \ldots n$$

och betrakta linjen $\alpha = \alpha_0 + \lambda_1\sigma$, $\beta = \beta_0 + \lambda_2\sigma$ i området $\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$. Vi få

$$M(\alpha_0 + \lambda_1\sigma, \ \beta_0 + \lambda_2\sigma) = \max_{\substack{\Sigma\mu_j \leq 1 \\ \Sigma\nu_k \leq 1}} \left| \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{n} a_{jk} \mu_j^{\alpha_0+\lambda_1\sigma} \nu_k^{\beta_0+\lambda_2\sigma} e^{i(\varphi_j+\psi_k)} \right|.$$

Vi se nu lätt, att högra ledet blir oförändrat om σ *utbytes mot* $\sigma + it$ (förskjutningar i φ_j och ψ_k). Välja vi att först fixera alla parametrar utom $\sigma + it$, ha vi alltså maximum av absoluta beloppet av en analytisk funktion av $\sigma + it$. Vi kunna nu använda Hadamards bekanta trecirkelsats och därefter variera även övriga parametrar. Resultatet blir, att log $M(\alpha_0 + \lambda_1\sigma, \ \beta_0 + \lambda_2\sigma)$ är konvex i σ. Första delen av Riesz' sats är alltså bevisad i det större området $\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$. Generaliseringarna giva sig nu av sig själva. Bilinearformen kan tydligen utbytas mot en analytisk funktion av $(z_1, \ldots, z_r)$ och bivillkoren kunna ersättas med att

$$\left(|z_1|^{\frac{1}{\alpha_1}}, \ \ldots, \ |z_r|^{\frac{1}{\alpha_r}} \right)$$

skall ligga i ett visst givet område K. Logaritmen av tillhörande maximum är då konvex i $(\alpha_1, \ \ldots, \ \alpha_r)$. Fallet $r = 1$ och $K =$ en punkt är tydligen trecirkelsatsen själv. Ytterligare generaliseringar erhållas, om man observerar, att Hadamards trecirkelsats även gäller, om logaritmen av absoluta beloppet av den betraktade analytiska funktionen utbytes mot en subharmonisk funktion. Renodlas bevismetoden, kan man erhålla en mycket generell sats om vissa funktionaler i en viss abstrakt rymd. I avhandlingen har denna generella sats valts som utgångspunkt.

Riesz' sats har ett betydande användningsområde inom analysen. I fråga om en viss typ av parameterberoende olikheter $U(\alpha)$ möjliggör sålunda satsen att bevisa $U(\alpha)$ för $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2$, om $U(\alpha_1)$ och $U(\alpha_2)$ först bevisats. De ovan antydda generaliseringarna medför att detta användningsområde ytterligare ökas. I avhandlingen redovisas exempel härpå.

I ett appendix behandlas andra delen av Riesz' sats. Även här erhållas generaliseringar ehuru mindre långtgående. I första hand visas, att triangeln $\alpha + \beta \geq 1$, $\alpha \leq 1$, $\beta \leq 1$ kan ersättas av det större området $\alpha + \beta \geq 1$, $\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$ men ej av något annat konvext område omslutande sistnämnda område. Ett besläktat resultat härledes för multilinearformer i huvudsak med hjälp av en derivatmetod.

Edvin Ferner, *Die Spektren von hochionisiertem Aluminium, Silicium und Schwefel.* Arkiv för matematik, astronomi och fysik, bd 36 A. No 1, 1948. 65 s. Disputation i Lund den 14 maj 1948. Opponenter: professor Bengt Edlén och fil. lic. K. Lidén.

Avhandlingen omfattar en experimentell undersökning av vakuumgnistspektra i extremt ultraviolett samt en härpå grundad termanalys av de högre jonisationsstadierna av aluminium, kisel och svavel.

Spektra ha upptagits i Uppsala med de av prof. Siegbahn konstruerade stora konkavspektrograferna. Al- och Si-spektra ha upptagits med en 5 m konkavgitterspektrograf med 4° glansvinkel, S-spektrum med en 4,7 m konkavgitterspektrograf med endast 1° glansvinkel. Som elektrodmaterial ha använts metalliskt Al och Si samt pyrit FeS_2. Medelst en urladdningskrets med en kapacitet på 0,4 μF har gnistspänningen kunnat drivas upp till 70 KV.

Arbetet har radikalt utvidgat kunskapen om de nämnda elementens spektra inom våglängdsområdet ca 40 till 100 Å, där huvudparten av de till dessa elements högre jonisationsstadier hörande spektrallinjerna framträda. Sålunda var svavlets spektrum inom detta område helt outforskat och beträffande aluminium och kisel har antalet observerade spektrallinjer ökats 4 à 6 gånger samtidigt som noggrannheten i mätningarna ökats med en tiopotens eller mera. För Al, Si och S äro nu 500, 300 respektive 85 spektrallinjer uppmätta i detta våglängdsområde.

Termanalysen har utvidgats i motsvarande grad, och ett avsevärt antal jonisationsstadier ha för första gången kunnat påvisas och analyseras. Genom seriegränsbestämningar ha termernas absoluta värden kunnat härledas, varigenom jonisationspotentialer för ett stort antal joner blivit noggrant bestämda.

Arbetet utgör ett led i de undersökningar av vakuumgnistspektra, som under en följd av år bedrivits på fysiska institutionen i Uppsala. Pionjären och lärofadern har härvid varit professor Bengt Edlén, som under sin docenttid i Uppsala själv utförde de första undersökningarna av detta slag, vilka inom kort ledde till hans sensationella tolkning av solkoronans spektrum.

PER-OLOV LÖWDIN, *A Theoretical Investigation into some Properties of Ionic Crystals*, Uppsala 1948. Disp. i Uppsala den 22 maj 1948. Opponenter: docent LAMEK HULTHÉN och fil. kand. PER-OLOV FRÖMAN.

Avhandlingen redogör för en rent teoretisk beräkning av bindningsenergien, jonavståndet, kompressibiliteten, elasticitetskonstanterna samt kompressionen vid mycket höga tryck hos några kubiska jonkristaller av NaCl-typ på grundval av modern kvantmekanik.

I första delen undersökas energiegenskaperna hos ett godtyckligt system av joner med elektronkonfigurationer av ädelgastyp. Detta mångelektronproblem behandlas approximativt med tillhjälp av den bekanta »en-elektron-metoden», varvid också göres den förenklande förutsättningen, att de enskilda jonerna i systemet kunna beskrivas med användning av samma vågfunktioner som motsvarande fria joner. De härvid försummade effekterna diskuteras särskilt. Medelvärdet av systemets Hamiltonoperator beräknas med tillhjälp av matrixkalkyl, varvid bl. a. anges en enkel formel för konstruktionen av ett ortogonalsystem genom linjärkombinationer ur en given funktionsföljd.

Det visar sig, att bindningsenergien blir en funktion endast av de relativa lägena hos systemets kärnor, men att denna funktion har en oväntat komplicerad form. Tidigare har man nämligen inom kristallteorien (och stundom även inom molekylteorien) i stor omfattning räknat med den enklast möjliga energiansatsen, vilken formellt svarar mot en växelverkan mellan jonerna medelst centralkrafter, varvid nämnda energi framställts som en summa av termer, var och en beroende endast av avståndet mellan två kärnor. Analysen av det kvantmekaniska uttrycket för bindningsenergien visar nu, att i detta uttryck förutom termer, som svara mot centralkrafter, även ingå termer, som icke låta reducera sig på växelverkningar av detta slag, och som med en tidigare särskilt i kärnfysiken använd terminologi utgöra *flerkroppar-potentialer*.

I andra delen tillämpas de vunna resultaten numeriskt, och bindningsenergien, gitterparametern, kompressibiliteten, samt elasticitetskonstanterna c_{11}, c_{12} och c_{44} för kristallerna LiCl, NaCl, KCl, LiF och NaF beräknas med utgångspunkt från de tabeller över den radiella delen av »the self-consistent-field» för de olika fria jonerna, vilka tidigare publicerats av HARTREE-HARTREE och FOCK-PETRASHEN. De erhållna resultaten visa en förhållandevis god överensstämmelse med motsvarande experimentella värden.

Frågan om de s. k. *Cauchy-relationerna* för elasticitetskonstanterna $c_{ij} = c_{ji}$ $(i, j = 1, 2 \ldots 6)$ behandlas särskilt. Ur den tidigare förutsättningen om centralkrafter följde sex samband av typen $c_{12} = c_{66}$, ..., $c_{14} = c_{56}$, ..., vilka reducerade antalet konstanter från 21 till 15. Den experimentella erfarenheten har emellertid visat, att elasticitetskonstanterna hos de i naturen förekommande kristallerna icke uppfylla dessa sex relationer, och talrika försök ha gjorts att finna en utväg ur denna konflikt utan att man fullständigt kunnat lösa problemet. Det visar sig nu, att om bindningsenergien har formen av en *flerkropparpotential*, så förbli Cauchy-relationerna icke längre giltiga, och därmed erhålles automatiskt det fullständiga antalet elasticitetskonstanter.

För alkalihaliderna reducera sig Cauchy-relationerna på en enda: $c_{12} = c_{44}$. Den numeriska beräkningen visar, att mot den kvantmekaniska flerkropparpotentialen svarar en differens mellan de teoretiska värdena å c_{12} och c_{44}, vilken till tecken och i viss mån till beloppet stämmer med den experimentellt uppmätta. Härmed erhålles också ett visst kvantitativt stöd för den uppställda teorien.

Till sist behandlas kompressionen av kubiska ionkristaller vid mycket höga tryck och de härvid förekommande övergångarna mellan olika gittertyper. Härvid utföres dels en rent kvantmekanisk beräkning för NaCl och KCl, dels en halvempirisk beräkning, som omfattar samtliga alkalihalider. För volymskompressionen erhålles mycket god överensstämmelse med Bridgman's mätningar — även i det fall att polymorfa övergångar förekomma — och för övergångstrycken erhålles ett åtminstone kvalitativt riktigt resultat.

Albin Lagerqvist, *Investigations of the Band-Spectrum of Beryllium Oxide.* Almqvist & Wiksells Boktryckeri AB, Uppsala 1948. 98 s. Disp. vid Stockholms Högskola den 8 maj 1948. Opponenter: docent Ernst Knave, fil. lic. Bengt Kleman.

I likhet med bandspektra av andra oxider kännetecknas beryllium-oxidens spektrum av stor linjerikedom. Cirka 20 000 linjer ha uppmätts. Samtliga institutets spektralapparater ha använts. Spektrum har fotograferats från 2 000 Å upp till 13 000 Å.

Beryllium-oxid har tre kända elektrontillstånd Σ, Π, Σ^*, där Σ betecknar grundtillståndet, Π och Σ^* aktiverade tillstånd. Bandsystemet $\Sigma^* - \Sigma$ ligger i den synliga delen av spektrum, $\Pi - \Sigma$ i den infraröda delen. Förutom dessa tre elektrontillstånd finnas en del andra, vilkas placering relativt de övriga ej är med full

säkerhet avgjord. Dessa ge upphov till flera bandsystem huvudsakligen belägna i ultraviolett.

Det synliga $\Sigma^* - \Sigma$ systemet och det infraröda $\Pi - \Sigma$ ha noggrant analyserats. I båda systemen förekomma flera s. k. störningar. Härmed förstås att spektrallinjerna ej ligga på väntade platser utan äro förskjutna i spektrum. En störning kan uppkomma, då två energinivåer från olika elektrontillstånd i det närmaste sammanfalla. På grund av dessa störningar har det varit möjligt att följa Π-tillståndet upp till kärnsvängningskvantatalet $v = 25$, medan analysen blott kunnat följas till $v = 11$. De teoretiska formlerna för störningar av Kronig, Van Vleck och Dieke ha grundligt prövats. En del nya elektrontillstånd ha påvisats medelst störningarna.

Vid vissa störningar äro linjerna dubblerade, s. k. extralinjer förekomma beroende på en överlagring av de störande tillståndens vågfunktioner. De teoretiska sambanden ha här prövats såväl genom bestämning av linjernas förskjutningar som genom mätning av intensitetsfördelningen av de dubblerade linjerna. Vid den sistnämnda metoden måste ljuskällans — en ljusbåge mellan beryllium-elektroder — temperatur vara känd. Denna bestämdes till 4 700° Kelvin.

Intensitetsfördelningen för en del av banden i $\Sigma^* - \Sigma$ systemet har beräknats enligt teorien. Härvid ha ett antal vågfunktioner bestämts enligt Morses metod. Beräkningen visar, att några band, t. ex. 3—0 bandet, ha en mycket liten intensitet och därför ej äro att vänta i det fotograferade spektret. Experimenten bekräfta beräkningarna.

Interkombinationssystemet $\Sigma^* - \Pi$ har även behandlats. Likaså ha de ultravioletta banden studerats och en del förslag till analys av dessa lämnats. Bandsystem med triplettstruktur ha påvisats.

Slutligen har även sambandet mellan molekyltermerna för BeO och atomtermerna för Be och O diskuterats.

Problemavdelning.[1]

Matematiska uppgifter.

1589) *Angiv sambandet mellan en triangels höjder, om en median är vinkelrät mot den linje, som förenar medelpunkterna för triangelns om- och inskrivna cirklar.*

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. Bågman, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Högre allm. läroverket å Östermalm, Stockholm.

1590) *En obegränsad pyramidmantel, bildad av plan, som alla tangera samma klot, är fast i rymden. Två plan, parallella med var sitt av två givna, avgränsa jämte mellanliggande del av manteln en kropp med föreskriven total yta. Visa, att ett klot kan inskrivas i den av dessa kroppar, som har maximivolym.* X.

1591) *Två ellipser E och E_1 ha gemensamma symmetriaxlar, på vilka de avgränsa längderna $2a$, $2a_1$; $2b$, $2b_1$. På ett par konjugatdiametrar i E äro motsvarande längder $2A$, $2A_1$; $2B$, $2B_1$. Bevisa följande generalisering av Apollonius' ena sats: $A^2 : A_1^2 + B^2 : B_1^2 = a^2 : a_1^2 + b^2 : b_1^2$. Kunna endera eller båda ellipserna utbytas mot hyperbler?* N. J.

Enklare matematiska uppgifter.[1]

1592) Uppdela i faktorer $a^2b^2(a-b) + b^2c^2(b-c) + c^2a^2(c-a)$.

Svar: $(a-b)(a-c)(b-c)(ab+ac+bc)$.

1593) Lös ekv.

$$x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{4} + \ldots = 1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} + \ldots$$

Svar: $(1+\sqrt{7}) : 3$.

1594) I en viss rätvinklig triangel kunna medianerna bilda sidor i en ny rätvinklig triangel. Visa, att de två trianglarna äro likformiga.

1595) Var och en av en fyrhörnings sidor delas i samma led i ett konstant förhållande och de så erhållna närliggande delningspunkterna sammanbindas. Visa, att av de uppkomna fyra hörntrianglarna det ena motstående paret har lika stor ytsumma som det andra paret.

1596) Två icke kongruenta cirkelsektorer ha lika ytor och omkretsar. Visa, att medelproportionalen till medelpunktsvinklarna är två radianer.

1597) En triangel har de variabla vinklarna A och B och den konstanta vinkeln v. Bissektrisen till denna uppdelar triangeln i två deltrianglar, i vilka cirklar med radierna r_A resp. r_B inskrivas. Mot vilket värde tenderar förhållandet $r_A : r_B$, då $A \to 0$?

Svar: $1 + \cos \frac{1}{2} v$.

1598) Två raka, icke kongruenta koner med samma volym äro inskrivna i en sfär. Visa, att deras mantelytor äro lika.

[1] Uppg. 1592—1601 äro insända av *B. Svenonius*, uppg. 1602—1603 av *X*.

1599) Triangeln ABC med ytan 12 enheter har A i origo, B på y-axeln och tyngdpunkten på linjen $x = 1$. Den omskrivna cirkelns medelpunkt ligger på linjen $4x = 3y$. Bestäm koordinaterna för C.

Svar: (3; 9) eller (3; -1).

1600) Två cirklar med radien r gå genom varandras medelpunkter. I det gemensamma fältet inskrives en likbent triangel, vars bas är parallell med centrallinjen. Visa, att ytans maximivärde är $2r^2 \sin^3 40°$.

1601) Mot den konstanta basen i en triangel dragas höjden, bissektrisen och medianen. Sök orten för triangelns spets, om bissektrisens ändpunkt faller mitt emellan de båda övrigas ändpunkter.

Svar: En ellips med excentr. $1 : \sqrt{2}$.

1602) Om skärningspunkten mellan kurvan $y = (x^3 + bx^2 + cx + d) : (x^2 - 1)$ och dess sneda asymptot är en ändlig inflexionspunkt, så är den centrum till kurvan.

1603) Visa, att om asymptoten till kurvan $y = ax^2 + bx + c + \frac{d}{x}$, där $a \neq 0$, $d \neq 0$, skär den asymptotiska parabeln i A, så går parabelns tangent i A genom kurvans inflexionspunkt.

Lösn. till uppg. 1559—1561.

1559) *Varje lösning till systemet*

$$\frac{(x-a)^2+(y-b)^2}{x^2+y^2} = \frac{(x-c)^2+(y-d)^2}{(x-1)^2+y^2} = (a-c)^2+(b-d)^2$$

är rationell i a, b, c och d. *X.*

I ett rätvinkligt axelsystem med origo O utsättas punkterna $A(a; b)$, $B(c; d)$, $C(1; 0)$, $Q(x; y)$. Man har då $AQ : OQ = BQ : CQ = AB : CO$, varav $\triangle ABQ \sim OCQ$. Ytorna förhålla sig som kvadraterna på resp. baser. Orten för Q är därför två räta linjer genom AB:s och CO:s skärningspunkt, i vilkas ekv. storh. a, b, c, d ingå rationellt enl. yt- och avståndsformeln. Systemet består av ekv. för två cirklar. På deras radikalaxel (ekv. rationell i a, b, c, d) ligger även Q. Härav påståendet. *S. B.*

1560) *Om kurvan $y = a_0x^5 + \ldots + a_5$ har tre inflexionspunkter, som ligga i rät linje, så är den mellersta kurvans centrum.* *X.*

Man kan antaga, att inflexionspunkterna ligga på x-axeln i ett i allmänhet snedvinkligt koordinatsystem samt att $a_1 = 0$. Nu

måste y'' gå jämnt upp i y dvs. $a_0x^5 + a_2x^3 + a_3x^2 + a_4x + a_5 \equiv$ $\equiv 0{,}05(20a_0x^3 + 6a_2x + 2a_3)(x^2 + k)$. Här måste a_3 och därmed a_5 försvinna. Satsen är alltså bevisad. *X.*

Även löst av *B. Estberger.*

1561) *Skillnaderna mellan de delar, i vilka diagonalerna i en parallellogram dela var sin vinkel äro 2u och 2v resp. Bestäm förhållandet mellan a) sidorna, b) diagonalerna.* *N. J.*

Om parallellogrammen är $ABCD$ med $AB = a$, $BC = b$ $(a > b)$, sätta vi $\angle ABD = x - u$, $\angle CBD = x + u$, $\angle CAB = y - v$, $\angle CAD = y + v$. Då är $x + y = 90°$. Tangentteoremet ger $(a + b) : (a - b) = \operatorname{tg} x : \operatorname{tg} u =$ $= \operatorname{tg} y : \operatorname{tg} v$, varav $\operatorname{tg} x = \sqrt{\operatorname{tg} u : \operatorname{tg} v}$ och $a : b = (1 + \sqrt{\operatorname{tg} u \cdot \operatorname{tg} v}) :$ $: (1 - \sqrt{\operatorname{tg} u \cdot \operatorname{tg} v})$. Enl. sinusteoremet är $AC : BD = \sin(x + u) :$ $: \sin(y + v) = \sin(x + u) : \cos(x - v) = (\operatorname{tg} x \cos u + \sin u) : (\cos v +$ $+ \operatorname{tg} x \sin v) = \sqrt{\sin 2u} : \sqrt{\sin 2v}$. *S. B.*

Även löst av *B. Estberger.*

Studentexamen och fyllnadsprövning efter studentexamen.

Augusti—sept. 1948.

Matematiska uppgifter för latinlinjen.

1. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 - 4 = 0, \\ x^2 + xy - 2y^2 - 2x = 0. \end{cases}$
2. I en konvergent oändlig geometrisk serie är summan av den första och den fjärde termen 35 samt produkten av den andra och den tredje 216. Bestäm den oändliga seriens summa.
3. AB är en korda i en cirkel; C och D äro två punkter på kordan så belägna, att $AC = CD = DB$; E är mittpunkten på den mindre cirkelbågen AB. Hur stor medelpunktsvinkel upptar kordan AB, då vinkeln CED är 64°?
4. Avståndet mellan två hamnar, K och L, är 12,3 sjömil, och avstånden från K och L till en fyr B äro 9,3 respektive 6,5 sjömil. Ett fartyg lämnar K kl. 21.30 och går med konstant hastighet i riktning mot L. Kl. 22.11 finner man på fartyget, att vinkeln mellan syftlinjerna till fyren B och hamnen L är 51,5°. När kan fartyget väntas anlända till L?

5. *A*, *B* och *C* äro tre punkter på jordytan så belägna, att avstånden *AB*, *BC* och *AC* äro 50, 60 respektive 100 km. Vid ett fall av navigering gällde det att på sammanbindningslinjen *AC* bestämma läget av en punkt *E*, då man visste, att avståndet *AE* var 3 km mindre än *BE*. Beräkna sträckan *AE*. Man bortser från jordytans buktighet.
6. En parallellepipedisk låda med längden a dm, bredden b dm och höjden c dm ligger på ett vågrätt golv. En person förflyttar den genom att fyra gånger välta över den i tur och ordning kring var och en av kantlinjerna med längden a dm. Hur lång väg kommer därvid lådans symmetripunkt att tillryggalägga?
7. I en rätvinklig triangel är den inskrivna cirkelns radie $^1/_{15}$ av triangelns omkrets. Beräkna triangelns spetsiga vinklar.
8. Upprita kurvan $8y = 16 - (x-3)^2$ i dess huvuddrag. Kurvan, som är en parabel, skär x-axeln i punkterna *A* och *B* och har en maximipunkt i punkten *C*. Visa, att en rektangel med sidorna 1,92 och 1,6 längdenheter kan inskrivas i parabelsegmentet *ABC*, så att en sida faller utefter *AB* och två hörn ligga på parabelbågen *ACB*.

Resultat: **1.** $x_1 = 2$, $y_1 = 0$; $x_2 = -1$, $y_2 = 1$. **2.** 81. **3.** 112,3°; beräkna $\sphericalangle EAB$. **4.** Kl. 23.33. **5.** 2491 : 95 = 26,2 sjömil. **6.** $\pi\sqrt{b^2+c^2}$ dm. **7.** 22,60° och 67,40°. Sätt omkretsen = 15 och inför avstånden från hörnpunkterna till tangeringspunkterna. **8.** $A(-1;0)$, $B(7;0)$, $C(3;2)$; sidorna 1,92 äro parall. med y-axeln.

Matematiska uppgifter för reallinjen.

Allmän kurs.

1. I en geometrisk serie med positiva termer är summan av de tre första termerna 64 och summan av de sex därpå följande 9. Bestäm seriens första term och kvot.
2. I en fyrhörning, vars sidor ha ekvationerna $x - y = 0$, $3x + y = 0$, $x + y - 14 = 0$ och $12x - 2y + 33 = 0$, inskrives en rektangel, vars sidor äro parallella med koordinataxlarna. Ange koordinaterna för dess hörn.
3. Bestäm konstanten a i funktionen $y = x^3 + ax^2 + 5x + 3$, så att värdena av funktionen, dess första och dess andra derivata, tagna i nämnd ordning, bilda en aritmetisk serie för $x = 3$. Undersök, om det finns några andra x-värden, för vilka detsamma gäller för ifrågavarande värde på a.
4. I en kvadrat med sidan 10 cm tages varje hörn till medelpunkt för en cirkel, vars radie är lika med kvadratens sida. Inuti

kvadraten uppkommer därvid en av fyra cirkelbågar begränsad figur. Beräkna dennas yta.

5. Till kurvan $y = x^2$ har man dragit tangenterna från punkten $(\frac{1}{2}; -2)$ samt en tangent parallellt med den korda, som förenar de förstnämnda tangenternas tangeringspunkter. Beräkna ytan av den triangel, som begränsas av de tre tangenterna.
6. En halvsfär med radien R skäres av ett plan, som är parallellt med halvsfärens plana begränsningsyta. Den erhållna skärningsytan utgör den plana begränsningsytan av ett sfäriskt segment, som tangerar halvsfärens plana begränsningsyta. Hur stor är detta segments höjd, då dess volym är så stor som möjligt?
7. Lös ekvationen $\cot x + 5 \cos x = 1$.
8. Från en punkt A_1 på kurvan $9y = x^3 - 9x^2$ drages en rät linje, som tangerar kurvan i en punkt A_2, skild från A_1. Från A_2 drages en rät linje, som tangerar kurvan i en punkt A_3, skild från A_2. Förfarandet upprepas, varvid erhållas punkterna A_4, A_5, ..., A_{n-1}, A_n. Från A_{n-1} är alltså dragen en rät linje, som tangerar kurvan i A_n, som är skild från A_{n-1}. Visa, att punkten A_n obegränsat närmar sig en bestämd punkt på kurvan, då n obegränsat växer, och bestäm koordinaterna för denna punkt. (Man förutsätter, att A_1 ej råkat bli placerad just i denna punkt.)

Resultat: **1.** $36\frac{4}{7}$ och $\frac{1}{2}$. **2.** (2,5; 2,5), (2,5; 11,5), $(-\frac{5}{6}; 11{,}5)$, $(-\frac{5}{6}; 2{,}5)$. **3.** $a = -1$; $x = 1$. **4.** $100\left(1 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{3}\right) = 31{,}51$ cm². **5.** $^{27}/_{16}$ ytenh. **6.** $x = R : \sqrt{2}$. **7.** $80{,}43°$; $189{,}57°$; $284{,}60°$; $345{,}40°$; för samtliga : $+n \cdot 360°$. Man finner $\sin(x - 45°) = (\pm\sqrt{52} - \sqrt{2}) : 10$. Se lösning till uppg. 6 å reallinjen, v. t. 1917, Elementa *1.* (1917), s. 62. **8.** A_n närmar sig inflexp. $(3; -6)$. Om x-koord. för A_1 är a, blir den för A_2 : $\frac{9-a}{2}$, för A_3 : $\frac{1}{2}\left(9 - \frac{9-a}{2}\right) = \frac{9}{2} - \frac{9}{4} + \frac{a}{4}$ osv.

Matematiska uppgifter för reallinjen.

Specialkurs.

1. Bestäm det största och det minsta värde, som funktionen $y = 4 \sin x + \cos 2x$ kan anta.
2. Ena ändpunkten av en parameter i en hyperbel sammanbindes med hyperbelns medelpunkt. Parallellt med sammanbindningslinjen drages en tangent till konjugathyperbeln. Tangenten går

genom ena vertex till den förstnämnda hyperbeln. Bestäm de båda hyperblernas excentriciteter.

3. En rät cirkulär kons mantelyta är lika stor som ytan av en cirkel med radien a. I konen inskrives en sfär. Bestäm sfärens radie, då den är så stor som möjligt.
4. Ett parallelltrapets bildas av vertextangenten till en parabel, en med denna parallell korda samt de båda parabeltangenterna i kordans ändpunkter. Var och en av trapetsets diagonaler skär parabeln i ytterligare en punkt. Bevisa, att tangenterna i dessa punkter äro parallella med diagonalerna.
5. En triangel har två hörn i ändpunkterna av lillaxeln till en given ellips. Det tredje hörnet är en variabel punkt på ellipsen. Sök och konstruera orten för skärningspunkten mellan triangelns höjder.
6. P är en rörlig punkt på bågen av en halvcirkel med diametern $AB\,(=2r)$. På den i A dragna tangenten avsättes en sträcka AQ, lika stor som kordan AP, så att vinkeln PAQ blir spetsig. Linjen PQ skär förlängningen av AB i punkten R. Då P obegränsat närmar sig A, närmar sig längden av sträckan AR ett bestämt gränsvärde. Bestäm detta.
7. Första och andra termerna i en geometrisk serie äro $(x+2)$ respektive $2(x+1)^2$. Undersök, för vilka värden på x denna serie kan utsträckas till en konvergent oändlig geometrisk serie. Åskådliggör summan av sistnämnda serie grafiskt.

Resultat: **1.** 3 och -5. **2.** $e_1 = e_2 = \sqrt{2}$. **3.** $a(\sqrt{2}-1)$. **4.** Ur koord. för den ena diagonalens ändpunkter, $(x_1; y_1)$ och $\left(0; -\frac{y_1}{2}\right)$, erhålles diagonalens vinkelkoeff. och ur denna tillhörande diameter, som skär såväl parabeln som den andra diagonalen i $\left(\frac{x_1}{9}; \frac{y_1}{3}\right)$. Se även detta häfte sid. 154. **5.** $a^2x^2 + b^2y^2 = b^4$. **6.** $4r$. Man finner lätt geometriskt att BP och BR alltid äro lika, varav svaret erhålles omedelbart. **7.** $-1{,}5 < x < 0$. Summan, $y = -\frac{(x+2)^2}{2x^2+3x}$, går asymptotiskt mot $+\infty$ i nyssnämnda gränser och har min. i $(-1{,}2;\ {}^8/_9)$.

Uppgifter i fysik.

Obs. Uppställda ekvationer böra motiveras, enheterna angivas och beteckningarna förklaras. Lösningarna till uppgifterna 1, 2, 4, 5, 7 och 8 böra åtföljas av enkla figurer. — Konstanter, som ej äro uppgivna i problemens text, hämtas ur formelsamlingen.

1. En tunn horisontell skiva är vridbar kring en vertikal axel genom skivans centrum. I skivan är urborrat ett hål med 4 mm radie. Avståndet från skivans centrum till hålets centrum är 10 cm. I hålet lägges en kula med 5 mm radie. Skivan sättes i rotation kring axeln. Huru många varv per minut får den högst göra, om kulan skall ligga kvar?
2. Två likadana vikter äro fästa i var sin ända av ett otänjbart snöre. Snöret lägges över två små lättrörliga trissor, som äro uppställda ett stycke från varandra, i samma vertikalplan och på samma höjd. En tredje vikt av samma slag upphänges på snöret mitt mellan trissorna. Denna vikt understödes först med handen, så att snöret blir horisontellt mellan trissorna, och tynger då på handen med 100 ponds kraft. Om man släpper vikten, sätta sig alla tre vikterna samtidigt i rörelse, de två i riktning uppåt och den tredje nedåt. I det ögonblick, då de vända, fasttages den tredje vikten åter. Med vilken kraft måste den fasthållas, för att den icke åter skall stiga uppåt? Friktionen samt snörets och trissornas massor lämnas ur räkningen.
3. Vid ett tillfälle togs syrgas för svetsning ur en stålcylinder om 20 liters volym. Gastrycket i cylindern var från början 8,6 at och temperaturen + 20° C. Efter användningen avlästes tryck och temperatur till 3,5 at resp. + 7° C. Beräkna vikten av den förbrukade syrgasmängden. Syrgasens täthet vid 0° C och 1 at är 0,00138 g/cm³.
4. I ett parallellepipediskt glaskärl är en liten plan spegel inmonterad nära bottnen och intill ena kortväggen. Spegeln är vridbar kring en horisontell axel, som är parallell med kortväggen, och vridningen kan avläsas på en gradering. I kärlet slås så mycket koldisulfid, att vätskan står över spegeln, och ovanpå koldisulfiden skiktas ett lager vatten. En enfärgad ljusstråle sändes i horisontell riktning genom den andra kortväggen och genom koldisulfiden mot spegeln, som vrides så, att den reflekterade strålen går rakt upp obruten genom vätskeytorna. Detta är spegelns nolläge. Om spegeln nu vrides från nolläget, brytes den reflekterade strålen alltmer i vätskeytorna; och den totalreflekteras vid den övre vattenytan, sedan vridningsvinkeln stigit till 18,9°. Om vridningen fortsättes, tills spegeln vridits 27,5° från nolläget, inträffar totalreflexion vid gränsytan mellan koldisulfiden och vattnet. Beräkna vätskornas brytningsexponenter.
5. I ett spektroskop var vinkeln mellan de yttersta röda och de yttersta violetta strålarna vid utträdet ur prismat 1,25°. Kikaren var inställd på en mellanliggande färg, så att dess axel halve-

rade nyssnämnda vinkel. Objektivets och okularets brännvidder voro resp. 20 cm och 2,0 cm. Hur stor synvinkel upptager hela det synliga spektrum för en iakttagare, som ackommoderar ögat för seende på oändligt avstånd?

6. För att förstärka en sliten cylindrisk ståltapp, vars längd är 30 cm och diameter 15 cm, vill man på elektrolytisk väg överdraga dess mantelyta med ett 1 mm tjockt nickelskikt. Badet matas med likström från en omformare. Av tekniska skäl måste ett motstånd seriekopplas med badet; generatorspänningen kan då hållas konstant vid 12 V. Beräkna kostnaderna för den förbrukade elektriska energien efter ett pris av 20 öre per kWh. Omformarens verkningsgrad är 60 %. Nickels täthet är 8,8 g/cm³; för utfällning av 1 g nickel åtgår 3288 coulomb.
7. En likriktare kopplades i serie med ett induktionsfritt motstånd på 4,5 Ω och en varmtrådsampèremeter och anslöts så till en transformators ena lindning (till den med lägre varvtal). När transformatorns andra lindning anslöts till belysningsnätet, kunde man iakttaga, huru bromsskivan på belysningsnätets mätare satte sig i gång och därefter konstant beskrev ett varv på 96 sek. Samtidigt visade ampèremetern 3,0 A. På mätaren fanns angivet, att 1 kWh motsvarade 600 varv. Huru många procent av den uttagna växelströmseffekten användes till värmeutveckling i motståndet?
8. Vid en laboration bestämdes motståndet hos en liten spole av nickeltråd på vanligt sätt med hjälp av Wheatstones brygga. Spolen var nedförd i en bägare med olja, som kunde uppvärmas till olika temperaturer. Som jämförelsemotstånd begagnades en reostat med 3 Ω inkopplade. Mättråden var 100,0 cm lång. Glidkontaktens avstånd från den ända av mättråden, till vilken spolen var ansluten, antages vara s cm vid en avläsning, som utfördes medan spolen hölls vid temperaturen t° C. Man erhöll då följande sammanhörande värden på s och t:

t	10°	20°	30°	40°	50°	C
s	53,3	54,8	56,0	57,4	58,9	cm

Avsätt i ett diagram de värden på motstånd och temperatur, som erhållits genom observationerna, inlägg i diagrammet den räta linje, som bäst uttrycker motståndet som funktion av temperaturen, och använd den för att finna temperaturkoefficienten α för nickelmotståndet. Temperaturkoefficienten definieras genom ekvationen $R_t = R_0(1 + \alpha t)$, där R_t är motståndet vid t° C och R_0 vid 0° C.

Resultat: 1. 109 varv/min. 2. 60 p. Trådlängden mellan trissorna, från början a, ökas vid fallet till $a + b$, där b är mellanviktens fallhöjd. Om trissornas radier äro små i jämförelse med a, ger Pythagoras sats erforderliga vinklar. 3. 127 g. 4. Koldisulfid och vatten resp. 1 : sin 37,8° = 1,63 och sin 55° : sin 37,8° = 1,34. 5. 12,5°. 6. 4,58 kr. Om nickelskiktets volym sättes = mantelytan × skikttjockleken, erhålles 4,54 kr. 7. 64,8 %. 8. 0,0067.

Från fortbildningskursen i kemi, aug. 1948.

Skolöverstyrelsen har under tiden den 9 t. o. m. 19 augusti i år anordnat en fortbildningskurs i kemi för läroverkslärare m. fl. Kursen leddes av lektor G. Starck och var förlagd huvudsakligen till Stockholms Högskolas kemiska övningslaboratorium, delvis också till Norra reallläroverkets kemiska institution. Antalet deltagare var begränsat till 30. Föreläsningar, sammanlagt 10, höllos av professor L. G. Sillén (oorganisk och fysikalisk kemi), docenten E. Adler (organisk kemi), laborator K.-I. Skärblom (modern teknisk kemi) och lektor G. Starck (metodiska frågor). Den största delen av arbetstiden, nämligen 5 timmar om dagen för varje deltagare, ägnades åt laborationsarbete i fysikalisk kemi, valda metoder i kvantitativ analys, kvalitativ halvmikroanalys, glasblåsning och skolförsök. Assistenter vid de praktiska övningarna voro fil. lic. Bengt Aurivillius, fil. kandidaterna Karl-Erik Almin, Karin Lundborg och Bengt Liljequist.

Elementa hoppas längre fram kunna införa någon eller några av de föreläsningar, som höllos under kursen. *Red.*

Tidskrifter.

IVA, 1948: 2—3.

Ur innehållet: Användning av syrgas i metallurgiska och andra termokemiska processer; Coal Research in U. S. A. today; Cyclone Burner for Pulverised Fuel; Statistiska metoder i tekniken; Nya mätmetoder för snabb registrering av impulsströmstyrkor vid blixturladdningar; Helautomatisk apparat för kontinuerlig registrering av jonosfären; Difenyl, dess egenskaper, användning och framställning.

Populär radio, 1948: 7—9.

Ur innehållet: Handie-talkie och walkie-talkie; Voltmetern som resistansmätare; Slutsteg och likriktare i en enhet; Om moderna elektriska räknemaskiner; Hur Eniac arbetar; Televisionsmottagarens »bilddel»; Mätning av tonfrekvent utgångseffekt; Om radiolänkar; Hemmatillverkat trådinspelningsaggregat.

Fysisk Tidsskrift, København 1947: 3—6.

Ur innehållet: I. C. MADSEN, Den metalliske Tilstandsform; H. HØJGAARD JENSEN, Magnetisme og Kvanteteori; H. PETERSEN, Om kunstig Fremkaldelse af Nedbør; E. BUCH ANDERSEN, Rumfartproblemet; N. ARLEY, Om elektrodynamikens grundlag og det Giorgi'ske enhedssystem; M. B. HOLM, Nogle Skoleforsøg; M. MØLLER JØRGENSEN, Varmeovne til Termoelektricitet.

Naturens Verden, København 1947:9—10, 1948: 1—4.

Ur innehållet: H. PEDERSEN, Om Regn og moderne Regnmageri; F. HJERTING, Raketter i Astronomiens Tjenste; H. HØJGAARD JENSEN, Jernets magnetiske Egenskaber; J. AMBROSEN, Atombombe og Atomenergi.

Norsk Matematisk Tidsskrift, Oslo 1948: 1—2.

Ur innehållet: TH. SKOLEM, En egenskap ved de ternære kvadratiske former og dens sammenheng med den kvadratiske resiprositetssats; E. GÖTLIND, Några satser om grupper av ordningen p^2q^2; K. L. SUNDET, Noen ulikheter ved plane cremonatransformasjoner; K. E. AUBERT, Om presisering og generalisering av relasjonsbegrebet. Eksamensoppgaver.

Fra Fysikkens Verden, Oslo 1948: 2.

Ur innehållet: E. A. HYLLERAAS, F. W. Aston, Nobelprisen i kjemi 1922; J. HOLTSMARK, Archimedes; G. FLOTTORP, Frekvensforandring og ørets frekvensfølsomhet; K. A. WINGÅRDH, Demonstration av akustiska och mekaniska svängningar med katodstråloscillograf; E. A. HYLLERAAS, Construction of Differential Equations from their Eigenvalues; Eksamensoppgaver i fysikk.

Science Progress, July 1948.

Ur innehållet: The Silicones; The Natural Limit of Accuracy of Observation; The Thixotropy of Certain Sedimentary Rocks; Pure and Applied Science of the Sea; Wave Mechanics in Physics, Chemistry and Biology; Atomic Energy for the Non-Specialist. Ett stort antal smärre artiklar under rubriken »Recent Advances in Science». Notiser och bokanmälningar.

Discovery, London, 12 häften per år à 1 s. 6 d., 1948: June, July, August.

Ur innehållet: New Fundamental Particles; The 200-inch Reflector at Mount Palomar; Testing Personality with Inkblots; Science and the Industrial Worker; Ultrasonic Miscellany; Locust Control, An Inter-National Problem; The Chemist of the Marketplace; Reflecting Microscopes; Tantalum, A Rare Metal in Everyday Use; The Commonwealth's Largest Telescope; Wave-Lengths instead of Yards. Under rubriken »Monthly Notebook» naturvetenskapligt nytt. Bokanmälningar.

British Science News, Vol. 1, No. 8—10.

Ur innehållet: Experimental Furnaces of the British Iron and Steel Research Association; Wave Guides; Research Work of the Physics Laboratory at University College, London; The Antarctic Pack Ice; The Organization of Scientific Research Work in Great Britain; Recent Advances in Microscopy; Crystallographic Research in the Cavendish Laboratory, Cambridge; The Polar Aurora; Cosmic Rays; Resolving Power in Camera Negatives.

Statistik, matematik, fysik

Erland von Hofsten

Praktisk statistik

Hur man insamlar, bearbetar och analyserar statistiskt material. 2:a uppl. Kr 8: 35

Frits Wigforss

Matematisk statistik för pedagoger

2:a uppl. Kr 4: 50

Hedström—Öije

Matematiska uppgifter i realexamen

Vt 1907—Ht 1947. 20:e uppl. G. Kr 0: 85, lärarex. kr 0: 45

B. Wahlström

Matematiska uppgifter, givna i studentexamen på latinlinjen

Jan. 1936—Vt 1948. Med svar och anvisningar. 3:e uppl. G. Kr 1: —, lärarex. kr 0: 50

Beckman—Wetterblad

Fysik

Läro- och läsebok för realskolan. G.

Första årskursen. 5:e uppl. Inb. kr 2: 30, lärarex. kr 1: 15
Andra årskursen. 3:e uppl. Inb. kr 2: 40, lärarex. kr 1: 20
Tredje årskursen. 4:e uppl. Inb. kr 2: 40, lärarex. kr 1: 20

Med G. betecknade böcker är uppförda på Statens läroboknämnds förteckning

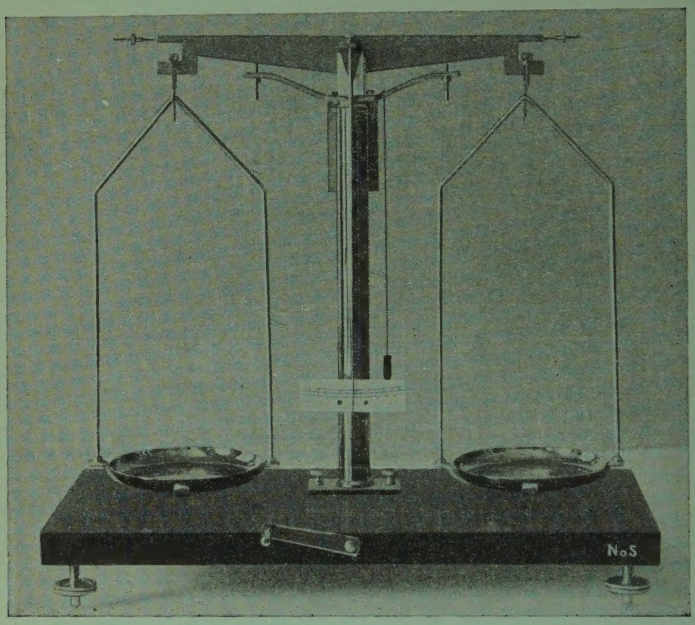
---

SVENSKA BOKFÖRLAGET

DROTTNINGGATAN 20 STOCKHOLM POSTGIRO 3994

FYSIKALISKA APPARATER

från Norstedts verkstad



KEMISK-TEKNISK VÅG

med och utan oljedämpning lämplig för skolbruk

Begär offert

P. A. NORSTEDT & SÖNER

Skolavdelningen Stockholm

Håkan Ohlssons Boktryckeri, Lund 1948.